

УДК 532.5

КВАЗИЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН С СИЛЬНЫМИ И УРАГАННЫМИ ВЕТРАМИ

© 2008 г. Ю. И. Троицкая, Г. В. Рыбушкина

Институт прикладной физики Российской академии наук

603950 г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

E-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru

E-mail: ryb@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 23.01.2008 г., после доработки 10.03.2008 г.

Предложена квазилинейная модель для определения коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности моря и инкремента нарастания поверхностных волн в условиях ураганного ветра, позволяющая объяснить снижение (стабилизацию) коэффициента сопротивления при ураганных ветрах. Модель основана на решении уравнений Рейнольдса в криволинейных координатах с использованием аппроксимации вихревой вязкости, учитывающей наличие вязкого подслоя. Профиль средней скорости ветра находится с учетом нелинейных волновых напряжений (волнового потока импульса), а волновые возмущения, индуцированные в воздухе волнами на поверхности воды, определяются в рамках линейных уравнений. Проведена верификация модели путем сравнения результатов расчетов с экспериментальными данными для широкого диапазона скоростей ветра. Расчеты инкремента и коэффициента сопротивления для ураганных ветров проведены как с учетом коротковолновой части спектра волнения, так и без нее. На основании расчетов в рамках предложенной квазилинейной модели предложена простая параметризация коэффициента сопротивления и инкремента поверхностных волн при ураганных ветрах, удобная для использования в моделях прогноза ветра и волн.

1. ВВЕДЕНИЕ. ПРОБЛЕМА НИЗКИХ ЗНАЧЕНИЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ ПРИ УРАГАННОМ ВЕТРЕ

Основными характеристиками, входящими в модели прогноза ветрового волнения и ветра над морем являются коэффициент сопротивления морской поверхности и ветровой инкремент поверхностных волн. Первый параметр определяет воздействие морской поверхности на ветер, а второй описывает передачу энергии от ветра к волнам. Введем определение коэффициента сопротивления поверхности моря. Пусть на большом расстоянии от поверхности моря задано касательное турбулентное напряжение

$$\tau_{turb}(\eta) = \rho_a u_*^2,$$

где ρ_a – плотность воздуха, u_* – скорость трения ветра. Если скорость ветра на стандартной высоте $H_{10} = 10$ м равна U_{10} , то коэффициентом сопротивления называют величину

$$C_D = \frac{\tau_{turb}}{\rho_a U_{10}^2} = \frac{u_*^2}{U_{10}^2}.$$

Для определения коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности моря C_D используют либо балк-формулы [1–4], связывающие его

с U_{10} , (они получаются в результате обобщения эмпирических данных), либо численные модели (см., например, [5–8]).

Коэффициент аэродинамического сопротивления поверхности моря является критически важным параметром в теории тропических ураганов. Так, согласно модели [9], характеристики тропического циклона главным образом определяются балансом энергии, поступающей в атмосферу из океана и работой касательных напряжений трения ветра; при этом скорость ветра определяется отношением числа Стентона к коэффициенту сопротивления морской поверхности. Традиционные балк-формулы, выведенные на основании обобщения экспериментальных данных, полученных при скоростях ветра менее 30 м/с, дают завышенные значения коэффициента сопротивления морской поверхности при ураганных ветрах. При этом оценки, приведенные в [9], показывают, что диссипация энергии за счет трения оказывается слишком высокой, чтобы объяснить наблюдаемую скорость ураганного ветра при реалистичных источниках энергии. Проблема объяснения высоких значений скорости ветра при ураганах может быть разрешена, если коэффициент сопротивления морской поверхности не нарастает при увеличении скорости ветра. Эта идея получила подтверждение в многочисленных экспериментах, в которых производилось измерение скорости ветра внутри тропических циклонов с помощью падающих GPS-зондов. На основе обоб-

щения результатов этих измерений в работе [10] показано, что коэффициент сопротивления морской поверхности даже падает, если скорость ветра превышает 30–35 м/с. Аналогичный эффект наблюдался в лабораторных экспериментах Донелана с соавторами [11], где было обнаружено, что при скоростях ветра, превышающих 25–30 м/с, коэффициент сопротивления поверхности воды стремится к постоянному значению, приближенно равному 0.0023.

Был предложен ряд объяснений наблюдаемого эффекта. Так, в [11] стабилизация коэффициента сопротивления при ураганных ветрах качественно объясняется изменением формы поверхности в энергонесущих волнах при скоростях ветра больше 35 м/с, которое сопровождается возникновением резкого переднего фронта. При этом создаются условия для возникновения отрыва пограничного слоя в воздухе. Этот эффект наблюдался в лабораторных экспериментах [12] методом PIV. Находящиеся внутри области отрыва экранированные участки поверхности воды эффективно “выключаются” из воздействия на воздушный поток, что приводит к снижению сопротивления поверхности воды. Кроме того, эффект отрыва пограничного слоя снижает в области экранирования эффективность генерации коротких волн, вносящих значительный вклад в сопротивление поверхности воды. Количественные оценки величины коэффициента сопротивления для этого случая приведены в сообщении Макина и Кудрявцева [13], где отмечается, что этот механизм является доминирующим для случая коротких разгонов, типичных для лабораторных условий, которые характеризуются наличием крутых энергонесущих волн.

Другой подход к объяснению уменьшения сопротивления связан с учетом влияния брызг, которые образуются при срыве гребней крутых волн ветром. В работе [14] учитывается влияние брызг на обмен импульсом, а в [15] и [16] развита модель снижения аэродинамического сопротивления морской поверхности за счет уменьшения турбулентных флуктуаций скорости в слое воздуха над водой, при этом присутствие водных брызг эквивалентно действию устойчивой стратификации. Аналогичный механизм усиления ветра в присутствии взвешенных частиц описан в работе [17].

В настоящей работе коэффициент аэродинамического сопротивления поверхности моря при ураганном ветре рассчитывается в рамках квазилинейной модели ветрового пограничного слоя над взволнованной поверхностью воды, в которой не учитываются эффекты, связанные с присутствием взвешенной водной пыли. Кроме того, обтекание поверхности воды при ураганном ветре считается безотрывным. Это предположение может быть принято, поскольку при очень сильном ветре на поверхности моря очень редко встречаются короткие крутые волны с острыми

вершинами, и количество обрушающихся волн очень мало. В частности, так выглядела картина поверхности моря, зафиксированная видеочкамерой, закрепленной на борту НИС “Виктор Буйницкий” во время полярного урагана в море Лаптевых (сентябрь–октябрь 2007 г.) [18].

Уменьшение аэродинамического сопротивления поверхности моря при сильных ветрах в рамках настоящей модели обусловлено двумя факторами. Первый, наиболее существенный, связан с подавлением энергии турбулентности в воздушном потоке вблизи поверхности воды за счет ее передачи волновым возмущениям в воздухе. С точки зрения воздействия на турбулентность приводного слоя атмосферы этот эффект сходен с тем, который описан в работах [15] и [16], однако механизм подавления турбулентных пульсаций различен.

Другой фактор, который может приводить к уменьшению сопротивления ветра, – это выглаживание поверхности моря при высоких скоростях ветра или снижение спектральной плотности поверхностных волн малых масштабов, которые вносят заметный вклад в аэродинамическое сопротивление. Заметим, что о выглаживании поверхности моря при сильных ветрах свидетельствует также уменьшение сечения рассеяния радиолокатора С-диапазона (длина волны 6 см), которое наблюдается при скорости ветра больше 30 м/с в натуральных [19] и лабораторных [11] условиях.

Настоящая статья имеет следующую структуру. В разделе 2 дается описание квазилинейной модели турбулентного ветра над взволнованной поверхностью воды. В разделе 3 произведена проверка модели на основании сопоставления результатов с имеющимися данными натуральных экспериментов и известных модельных расчетов. В разделе 4 приведены результаты сопоставления результатов расчетов в рамках настоящей модели и измерений коэффициента сопротивления поверхности воды для ураганных ветров. В разделе 5 обсуждаются физические принципы параметризации коэффициента аэродинамического сопротивления морской поверхности и выводится формула параметризации для ураганного ветра, в которой учитывается зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра и возраста волнения. В разделе 6 приведены расчеты ветрового инкремента поверхностных волн для ураганных ветров, а также предложена формула для параметризации ветрового инкремента, учитывающая его зависимость от волнового числа и параметров ветра.

2. КВАЗИЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НАД ВЗВОЛНОВАННОЙ ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Численные модели ветрового потока над взволнованной поверхностью моря, в которых вычисля-

ется коэффициент сопротивления морской поверхности, как правило, основаны на решении уравнения для закона сопротивления морской поверхности (см., например, [5–8]). Он следует из закона сохранения вертикального потока горизонтальной компоненты импульса в турбулентном пограничном слое, осредненного по волновым возмущениям, т.е.

$$\tau_{turb}(z) + \tau_{wave}(z) = u_*^2,$$

где $\tau_{turb}(z)$ – касательное турбулентное напряжение. Для аппроксимации $\tau_{turb}(z)$ – используют либо модель турбулентной вязкости, либо модель длин смещения:

$$\tau_{turb}(z) = \nu_T \frac{dU}{dz} = l^2 \left| \frac{dU}{dz} \right|^2.$$

Волновое напряжение τ_{wave} определяется из следующего выражения:

$$\tau_{wave}(z) = u_*^2 \int_0^{\infty} k dk \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \beta(k, \theta) k^2 S(k, \theta) \times \\ \times \varphi(z, k, \theta) \cos \theta d\theta.$$

Здесь $\varphi(z, k, \theta)$ – волновой поток импульса в k -й гармонике, $S(k, \theta)$ – спектр возвышений поверхности воды, β – безразмерный коэффициент ветровой накачки, пропорциональный инкременту поверхностных волн:

$$\text{Im} \omega = \frac{1}{2} \omega \frac{u_*^2}{c^2} \beta.$$

Коэффициент сопротивления морской поверхности находится из решения уравнения, выражающего закон сопротивления морской поверхности с граничными условиями

$$U|_{z=0} = 0 \quad U|_{z=H_{10}} = U_{10}.$$

В различных моделях отличаются выражения для β , $\varphi(z, k, \theta)$ и спектров возвышений $S(k, \theta)$. Данные экспериментов и результаты модельных расчетов показывают, что при скоростях ветра U_{10} меньших 30 м/с коэффициент сопротивления является возрастающей функцией U_{10} .

Развиваемая в настоящей работе модель является обобщением двумерной модели [20] на трехмерный случай и аналогична квазилинейной модели, предложенной в [21, 22]. В отличие [21, 22] используется аппроксимация коэффициента вихревой вязкости, учитывающая вклад вязкого подслоя, и спектр поверхностного волнения с добавлением его высокочастотной части. Это позволяет напрямую учесть вклад коротких волн сантиметрового и дециметрового диапазонов в отличие от большинства

используемых в настоящее время моделей, которые описывают вклад коротковолновой части спектра волнения введением параметра шероховатости.

Настоящая модель основана на решении системы уравнений Рейнольдса

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j},$$

замыкаемых с помощью градиентной аппроксимации.

$$\sigma_{ij} = \langle u'_i u'_j \rangle = \nu \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right).$$

Здесь ν – коэффициент турбулентной вязкости – заданная функция координат, вид которой обсуждается ниже. В присутствии волн на поверхности воды граничные условия на поверхности раздела вода–воздух имеют вид:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \xi}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \xi}{\partial y} \Big|_{z=\xi(x,y,t)} = \langle w \rangle \Big|_{z=\xi(x,y,t)}, \\ \langle \mathbf{u}_\tau^w \rangle \Big|_{z=\xi(x,y,t)} = \langle \mathbf{u}_\tau^a \rangle \Big|_{z=\xi(x,y,t)},$$

где $\langle \mathbf{u}_\tau^a \rangle \Big|_{z=\xi(x,y,t)}$, $\langle \mathbf{u}_\tau^w \rangle \Big|_{z=\xi(x,y,t)}$ – тангенциальные компоненты скорости в воздухе и воде.

Случайные поля возвышений поверхности воды представим в виде интеграла Фурье–Стилтьеса:

$$\zeta(\mathbf{r}, t) = \int dA(\mathbf{k}, \omega) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)},$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – двумерный волновой вектор.

Для статистически однородного и стационарного поля возвышения поверхности воды имеет место тождество

$$\langle dA(\mathbf{k}, \omega) dA(\mathbf{k}_1, \omega_1) \rangle = \\ = F(\mathbf{k}, \omega) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \delta(\omega - \omega_1) d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 d\omega d\omega_1,$$

где $F(\mathbf{k}, \omega)$ – пространственно-временной спектр возвышений.

В настоящей модели учитывается вязкий подслоя логарифмического пограничного слоя вблизи водной поверхности, масштаб которого, не превышающий нескольких миллиметров, мал по сравнению с типичными амплитудами поверхностных волн. Чтобы избежать сильной геометрической нелинейности, перейдем от декартовых координат (x, y, z) к криволинейным координатам (ξ_1, ξ_2, η) по формулам:

$$x = \xi_1 + \int i \cos \vartheta e^{i(k(\xi_1 \cos \vartheta + \xi_2 \sin \vartheta) - \omega t) - k\eta - i\varphi} dA, \\ y = \xi_2 + \int i \sin \vartheta e^{i(k(\xi_1 \cos \vartheta + \xi_2 \sin \vartheta) - \omega t) - i\varphi - k\eta} dA, \quad (2.1) \\ z = \eta + \int e^{i(k(\xi_1 \cos \vartheta + \xi_2 \sin \vartheta) - \omega t) - i\varphi - k\eta} dA.$$

Здесь θ – угол, который отсчитывается от направления ветра. В линейном приближении координатная поверхность $\eta = 0$ совпадает с взволнованной поверхностью воды.

Будем искать решение системы уравнений Рейнольдса, описывающих ветровой пограничный слой над взволнованной водной поверхностью, в виде суммы среднего поля скорости ветра $U_0(\eta)$ и возмущений, индуцированных в воздушном потоке волнами на поверхности воды:

$$\langle \mathbf{u} \rangle = U_0(\eta) + \int \mathbf{u}'(\eta) e^{i(k(\zeta_1 \cos \vartheta + \zeta_2 \sin \vartheta) - \omega t) - i\varphi - k\eta} k dA.$$

Будем в дальнейшем предполагать, что для описания волнового поля применимо приближение случайных фаз. Строго говоря, это утверждение не вполне корректно, его нарушение связано, прежде всего, с генерацией связанных волн [23], которые представляют собой высшие гармоники гравитационных волн. Их фаза определенным образом связана с фазой более длинных волн, так как они наблюдаются вблизи гребней последних. Как показывают наблюдения [24], в натуральных условиях вклад связанных волн в спектр поверхностного волнения невелик, поэтому в настоящей работе они учитываться не будут. Аналогично подходу, который в этом случае широко применяется в физике плазмы, воспользуемся квазилинейным приближением, тогда отдельные гармоники следует рассматривать независимо. При этом волновые возмущения, индуцированные в воздухе волнами на поверхности воды, следует рассматривать в линейном приближении, а в уравнении для средних компонент скорости необходимо учитывать нелинейные слагаемые – волновые потоки импульса или волновые напряжения.

Рассмотрим вначале уравнения, которые описывают возмущения, индуцированные в воздухе отдельной гармоникой поверхностных волн с волновым вектором \mathbf{k} и частотой ω . Перейдем в систему отсчета, бегущую с фазовой скоростью данной гармоники ω/k в направлении вектора \mathbf{k} . Будем считать, что вектор скорости ветра U_0 имеет проекции $(U_0(z), V_0(z))$, а вектор \mathbf{k} составляет угол φ с осью x . Сделаем преобразование поворота системы координат на угол φ и перейдем от координат (x, y) к координатам (x', y') . Тогда x' и y' будут связаны с x и y соотношениями

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \varphi + y \sin \varphi, \\ y' &= -x \sin \varphi + y \cos \varphi. \end{aligned}$$

При этом компоненты скорости u' и v' в системе координат (x', y') связаны с (u, v) в системе координат (x, y) следующим образом

$$\begin{aligned} u' &= u \cos \varphi + v \sin \varphi, \\ v' &= -u \sin \varphi + v \cos \varphi. \end{aligned}$$

Тогда ось x' оказывается сонаправленной с вектором \mathbf{k} . В этой системе координат волновое поле k -й гармоники не зависит от координаты y' , и является

функцией двух пространственных переменных x' и z , а скорость ветра имеет компоненты

$$U = U_0(z) \cos \varphi + V_0(z) \sin \varphi,$$

$$V = -U_0(z) \sin \varphi + V_0(z) \cos \varphi.$$

В этом случае система уравнений гидродинамики упрощается: в уравнения для компонент скорости u' и w не входит v' , они зависят от двух пространственных переменных x' и z , а уравнение для v' можно решать независимо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + w \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x'} &= \\ = \frac{\partial}{\partial x'} 2v' \left(\frac{\partial u'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v' \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x'} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + w \frac{\partial v'}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial z} \right), \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u' \frac{\partial w}{\partial x'} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \\ = \frac{\partial}{\partial x'} \left(v' \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x'} \right) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(2v' \frac{\partial w}{\partial z} \right), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

При этом можно ввести функцию тока согласно правилу:

$$u' = \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial \Phi}{\partial x'}.$$

Тогда система уравнений (2.2) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\Delta \Phi) + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x'} (\Delta \Phi) - \frac{\partial \Phi}{\partial x'} \frac{\partial}{\partial z} (\Delta \Phi) &= \\ = (-2v_{zz} \Phi_{x'x'}) + v (\Delta \Delta \Phi), \\ \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial x'} - \frac{\partial \Phi}{\partial x'} \frac{\partial v'}{\partial z} &= \\ = \frac{\partial}{\partial x'} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Следуя квазилинейному приближению для описания взаимодействия волновых возмущений со средней скоростью ветра, в котором отдельные гармоники рассматриваются независимо и их взаимодействием пренебрегается, определим формальное преобразование координат, в котором координатная линия совпадает с водной поверхностью, искривленной гармонической волной:

$$x' = \zeta'_k + idAe^{ik\zeta'_k - k\eta_k}, \quad (2.4)$$

$$z = \eta_k + dAe^{ik\zeta'_k - k\eta_k}.$$

В этой системе координат система уравнений (2.3) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial t} + \frac{1}{I} \frac{\partial \chi}{\partial \zeta'_k} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \eta_k} \right) - \frac{1}{I} \frac{\partial \chi}{\partial \eta_k} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta'_k} \right) &= \Delta(v\chi) - \\ - \frac{2}{I^2} v_{\eta_k \eta_k} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \zeta_k^2} - \frac{I_{\eta_k}}{I^3} ((\Phi_{\eta_k} v_{\eta_k})_{\eta_k} - v_{\eta_k} \Phi_{\zeta_k \zeta_k}) - \\ - \frac{I_{\zeta_k}}{I^3} (2v_{\eta_k} \Phi_{\zeta'_k \eta_k} - \Phi_{\zeta_k} v_{\eta_k \eta_k}) + \Phi_{\eta_k} v_{\eta_k} \frac{I_{\zeta_k}^2 + I_{\eta_k}^2}{I^4}, \\ \Delta \Phi = \chi &= \frac{1}{I} (\Phi_{\zeta'_k \zeta'_k} + \Phi_{\eta_k \eta_k}), \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{1}{I} \left(\frac{\partial v'}{\partial \zeta'_k} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta_k} - \frac{\partial v'}{\partial \eta_k} \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta'_k} \right) = \Delta(v'v) + \frac{1}{I} v'_{\eta_k} v_{\eta_k},$$

где χ – завихренность, I – якобиан преобразования (2.4).

Будем искать решение системы (2.5) в виде суммы среднего поля и волнового поля данной гармоники:

$$\Phi = \int (U_0(\eta_k) \cos \varphi + V_0(\eta_k) \sin \varphi) d\eta_k + \Phi_1(\eta_k) dA e^{ik\zeta'_k},$$

$$v = V_0(\eta_k) \cos \varphi - U_0(\eta_k) \sin \varphi + V_1(\eta_k) dA e^{ik\zeta'_k},$$

$$\chi = U_{0\eta_k} \cos \varphi + V_{0\eta_k} \sin \varphi + X_1(\eta_k) dA e^{ik\zeta'_k}.$$

Уравнения для комплексных амплитуд $X_1(\eta_k)$, $\Phi_1(\eta_k)$ и $V_1(\eta_k)$ получаются линеаризацией системы (2.5) и имеют вид:

$$\begin{aligned} (\Phi_{0\eta_k} X_1 - \Phi_1 \chi_{0\eta_k}) ik - \left(\frac{d^2}{d\eta_k^2} - k^2 \right) (X_1 v) &= \\ = (-2v_{\eta_k} \Phi_1 k^2) - 2kA e^{-k\eta_k} (\Phi_{0\eta_k} v_{\eta_k})_{\eta_k}, \\ \frac{d^2 \Phi_1}{d\eta_k^2} - k^2 \Phi_1 = X_1 - 2k e^{-k\eta_k} \Phi_{0\eta_k \eta_k}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$(\Phi_{0\eta_k} V_1 - \Phi_1 \hat{V}_{\eta_k}) ik = v \left(\frac{d^2}{d\eta_k^2} - k^2 \right) V_1 + v_{\eta_k} V_{1\eta_k} k^2.$$

Здесь $\Phi_{0\eta_k} = U_0(\eta_k) \cos \varphi + V_0(\eta_k) \sin \varphi$, $\hat{V} = V_0(\eta_k) \cos \varphi - U_0(\eta_k) \sin \varphi$.

Граничные условия (см. [20]) имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_1|_{\eta_k=0} &= 0, \\ \Phi_{1\eta_k}|_{\eta_k=0} &= 2\omega, \end{aligned}$$

$$V_1|_{\eta_k=0} = 0.$$

Зная решение этой системы, можно вычислить инкремент поверхностной волны, под действием ветра, который пропорционален вертикальному потоку энергии в волновом возмущении на поверхности воды:

$$\text{Im} \omega = \frac{k \rho_a \langle (p - \sigma_{11}) w - u \sigma_{12} \rangle}{2 \rho_w (a\omega)^2}. \quad (2.7)$$

Здесь p – волновое возмущение давления в воздухе на поверхности воды, а σ_{ij} – волновые возмущения турбулентных напряжений. Используя связь комплексных амплитуд давления и напряжений и завихренности, получим выражение для инкремента в виде:

$$\begin{aligned} \text{Im} \omega &= -\frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_w} v \text{Re} \left(\frac{X_{1\eta} - kX_1}{a\omega} \right) \Big|_{\eta=0} = \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_*}{c} \right)^2 \beta \omega, \end{aligned} \quad (2.8)$$

где $c = \omega/k$ – фазовая скорость волны.

Осредняя уравнения системы (2.5) по ζ'_k , получим уравнения, описывающие вклад в скорость ветра от потока импульса гармоники с волновым вектором \mathbf{k} и частотой ω . В квазилинейном приближении вклад, вносимый всем спектром поверхностных волн в средний профиль скорости ветра, определяется суммой потоков импульсов от ветра к отдельным гармоникам. При этом проекции скорости ветра на оси x и y удовлетворяют следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\eta} \left(v \frac{dU_0}{d\eta} \right) &= \int (\tau_{\parallel}(\eta, k, \varphi, \omega) \cos \varphi - \\ - \tau_{\perp}(\eta, k, \varphi, \omega) k^2 F(k, \varphi, \omega) k dk d\varphi d\omega, \\ \frac{d}{d\eta} \left(v \frac{dV_0}{d\eta} \right) &= \int (\tau_{\parallel}(\eta, k, \varphi, \omega) \sin \varphi + \\ + \tau_{\perp}(\eta, k, \varphi, \omega) \cos \varphi) k^2 F(k, \varphi, \omega) k dk d\varphi d\omega, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где η определяется преобразованием координат (2.1). Уравнения (2.9) выражают закон сохранения вертикального потока двух проекций горизонтальной компоненты импульса в турбулентном пограничном слое. Если на большом расстоянии от поверхности касательное турбулентное напряжение направлено по x , то можно записать компоненты закона сохранения среднего импульса в виде:

$$\begin{aligned} \tau_{turb}^{(x)}(\eta) + \tau_{wave}^{(x)}(\eta) &= u_*^2, \\ \tau_{turb}^{(y)}(\eta) + \tau_{wave}^{(y)}(\eta) &= 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Система (2.6) совместно с уравнениями (2.9) решалась численно сеточным методом. Решение краевой задачи осуществлялось с помощью неявного метода, являющегося модификацией метода Гаусса для ленточной матрицы [25].

Поскольку согласно (2.9) нелинейная добавка к скорости ветра определяется пространственно-временным спектром поверхностных волн, то он является важным элементом модели. В настоящей модели энергонесущая часть спектра поверхностных волн задавалась спектром [26], а высокочастотная часть спектра – суммой спектра насыщения Фил-

липса [27] и спектра [28]. При этом спектр возвышенный имеет вид:

$$F(\mathbf{k}, \omega) = S(\mathbf{k})\delta(\omega - \omega(\mathbf{k})),$$

где

$$S(\mathbf{k}) = k^{-3}(B_1(k) + B_h(k))\frac{2}{\pi} \cos^2 \theta. \quad (2.11)$$

Функции B_1 и B_h называются длинноволновым и коротковолновым спектрами насыщения. Длинноволновый спектр насыщения описывается выражениями, предложенными в [26] и [27]:

$$B_1 = \frac{0.006}{2} \Omega^{0.55} \begin{cases} \left(\frac{k}{k_p}\right)^{1/2} \exp\left\{-\frac{5}{4}\left(\frac{k}{k_p}\right)^2 (1.7 + 6 \ln(\Omega)) \exp\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{k} - \sqrt{k_p}}{0.08(1 + 4\Omega^{-3})\sqrt{k_p}}\right)^2\right\}\right\} & k < k_0 \\ \left(\frac{k_0}{k_p}\right)^{1/2} & k > k_0 \end{cases},$$

где k_p – волновое число, соответствующее пику в спектре поверхностного волнения, $\Omega = \frac{U_{10}\sqrt{k_p}}{\sqrt{g}}$ – па-

раметр возраста волнения, волновое число отсечки, задающее верхнюю границу энергонесущего интервала, $k_0 = 3k_p$, как в модели WAM [29]. Для коротковолновой части спектра насыщения использовалась формула, предложенная в [28]:

$$B_h = \frac{10^{-2}}{2} \left(1 + 3 \ln \frac{u_*}{c_m}\right) \frac{c_m}{c} e^{-\frac{1}{4}\left(\frac{k}{k_m} - 1\right)^2}; \quad (2.12)$$

$$c_m = 23 \text{ см/с}; \quad k_m = \frac{2g}{c_m^2}.$$

Важным элементом модели взаимодействия турбулентного ветра и волн также является гипотеза замыкания уравнений Рейнольдса, а в случае гипотезы замыкания первого порядка это модель коэффициента вихревой вязкости. В настоящей работе ν считается заданной функцией вертикальной координаты z , для которой используется аппроксимация, полученная в эксперименте [30], где определялся профиль скорости турбулентного потока над гидродинамически гладкой пластинкой. При этом в [30] предложена следующая аппроксимация $\nu(z)$:

$$\nu = \nu_a \{1 + \kappa z^+ [1 - \exp[-(z^+/L)^2]]\}, \quad (2.13)$$

где $z^+ = z/z^*$, а $z^* = \nu_a / \sqrt{\tau_{turb}}$ – вязкий масштаб, L – числовой параметр. Сравнение с параметрами

профиля скорости ветра в турбулентном пограничном слое, приведенными в работе [31], дает для аэродинамически гладкой поверхности $L = 22.4$, для шероховатой поверхности $L = 1.15$, а для переходного режима обтекания – $L = 13.3$. Из (2.8) следует, что

$$\tau_{turb} = ((\tau_{turb}^{(x)})^2 + (\tau_{turb}^{(y)})^2)^{1/2} = u_*^2 \left(\left(1 - \frac{\tau_{wave}^{(x)}}{u_*^2}\right)^2 + \frac{(\tau_{wave}^{(y)})^2}{u_*^4} \right)^{1/2}.$$

В случае симметричной относительно ветра формы спектра волн $\tau_{wave}^{(y)} = 0$, тогда

$$\tau_{turb} = u_*^2 \left(1 - \frac{\tau_{wave}^{(x)}}{u_*^2}\right),$$

и получается следующее выражение для коэффициента вихревой вязкости

$$\nu = \nu_a \left\{ 1 + \kappa \frac{u_* \eta \sqrt{1 - \tau_{wave}/u_*^2}}{\nu_a} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{L} \left(\frac{u_* \eta}{\nu_a}\right)^2 \left(1 - \frac{\tau_{wave}}{u_*^2}\right)\right) \right] \right\}.$$

Данная аппроксимация отражает тот факт, что вблизи поверхности ($z^* < 1$) коэффициент вязкости почти постоянен и равен молекулярной вязкости

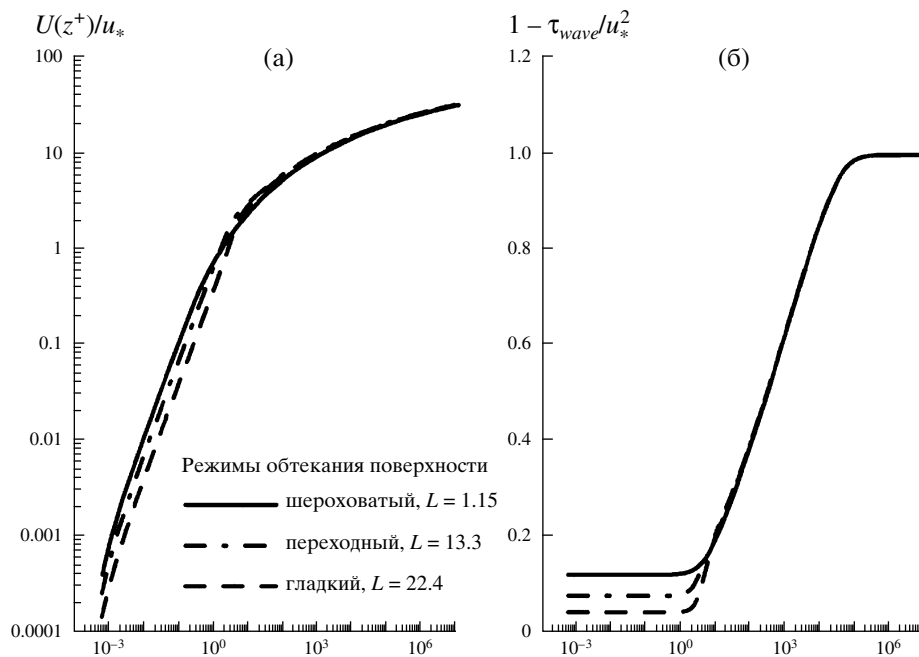


Рис. 1. Профили скорости ветра (а) и турбулентного потока импульса (б) при разных режимах обтекания поверхности воды и скорости ветра $U_{10} = 30$ м/с.

воздуха v_a , а далеко от поверхности он нарастает линейно.

3. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ СОПОСТАВЛЕНИЯ С ДАННЫМИ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСЧЕТОВ ПО ИЗВЕСТНЫМ МОДЕЛЯМ ДЛЯ СЛУЧАЯ УМЕРЕННЫХ И СИЛЬНЫХ ВЕТРОВ

Было исследовано влияние режима обтекания поверхности моря на профиль скорости в турбулентном пограничном слое. На рис.1 показаны профили скорости ветра и турбулентного потока импульса при $U_{10} = 30$ м/с, рассчитанные путем интегрирования системы (2.6), (2.9) при значениях параметра L в формуле (2.13), равных 22.4, 13.3 и 1.15. Видно, что заметные отличия присутствуют только в вязком подслое турбулентного пограничного слоя, т.е. на масштабах порядка 100 вязких длин. На больших расстояниях от поверхности

профили скорости и завихренности практически идентичны при любых режимах обтекания. Это означает, что при больших скоростях ветра аэродинамическое сопротивление поверхности практически не зависит от режима обтекания. В связи с этим при дальнейших расчетах параметров взаимодействия ветра и волн использовалась модель шероховатого обтекания поверхности, которая обеспечивает лучшую сходимость численного алгоритма.

Проверка предложенной модели осуществлялась на основе ее сопоставления с данными натуральных экспериментов и известных численных моделей. Прежде всего, сравнивались расчеты коэффициента сопротивления поверхности моря в рамках данной модели с экспериментальными данными, представленными в виде известных балк-формул, выражающих связь коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности моря и скорости ветра:

$$C_D = 10^{-3}(0.75 + 0.067U_{10}) \quad [1],$$

$$C_D = 10^{-3} \begin{cases} 1.2 & 4\text{ м/с} < U_{10} < 11\text{ м/с} \\ (0.49 + 0.065U_{10}) & 11\text{ м/с} < U_{10} < 25\text{ м/с}, \end{cases} \quad [2] \quad (3.1)$$

$$C_D = 10^{-3}(0.87 + 0.0752U_{10} - 0.000661U_{10}^2) \quad [3].$$

Недавно на основе обработки долговременных измерений скорости ветра и турбулентных потоков на буйх TOGA предложен новый алгоритм расчета

коэффициента сопротивления [4], в котором учитывается влияние степени развития или “возраста” волнения. Важно заметить, что эти формулы были

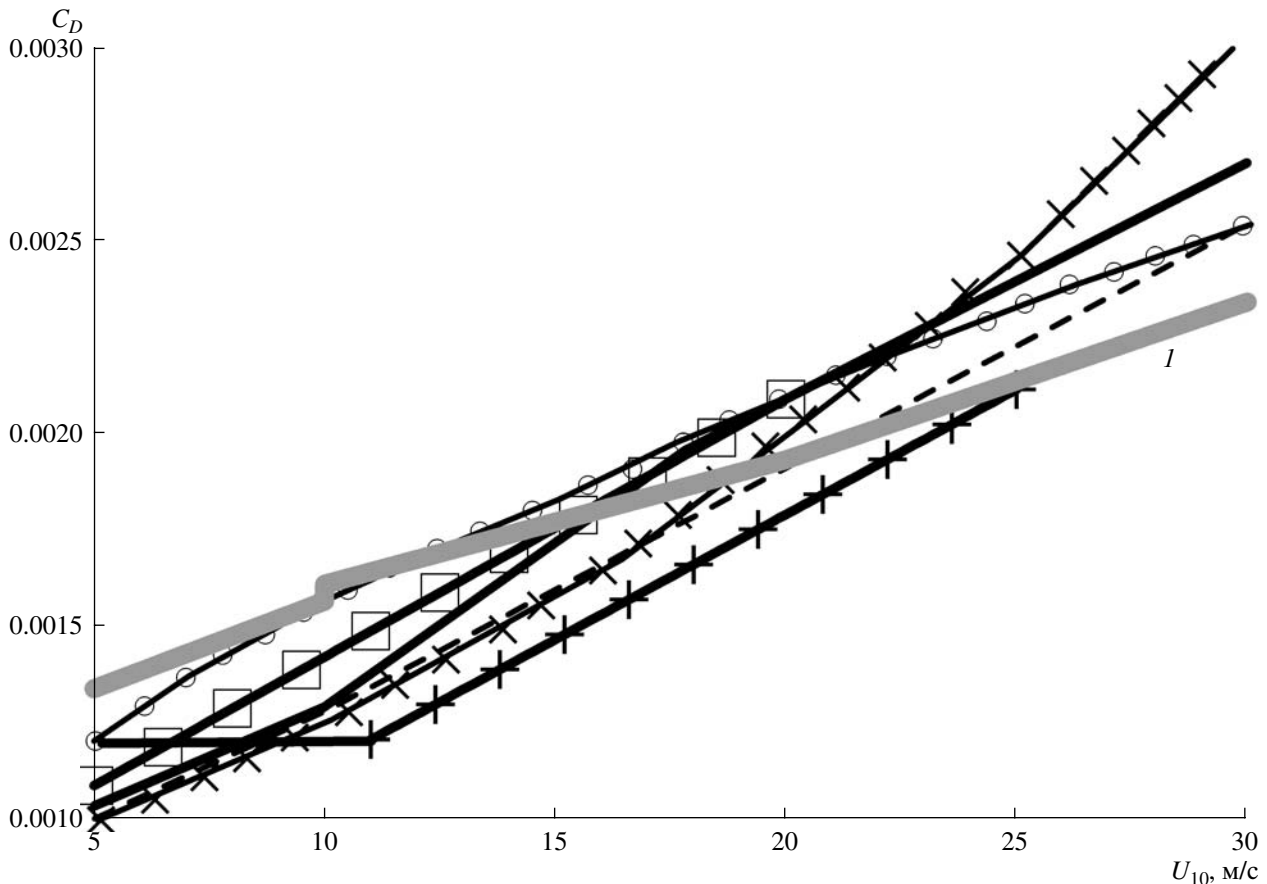


Рис. 2. Зависимости коэффициента сопротивления от U_{10} , взятые из [4], 1 – расчет в рамках настоящей модели.

получены на основании обобщения экспериментальных данных для скоростей ветра менее 30 м/с.

Зависимости коэффициента сопротивления от U_{10} , взятые из [4], показаны на рис. 2. Там же показана кривая $C_D(U_{10})$, рассчитанная в рамках настоящей модели. Из рис. 2 видно хорошее соответствие теории и эмпирических зависимостей (3.1). Также проводилось сравнение расчетов в рамках настоящей модели с модельными расчетами [7] (рис. 3) и расчетами в рамках модели WAM Европейского центра среднесрочных прогнозов погоды [29] (рис. 4). Из рисунков видно, что настоящая модель лучше согласуется с данными измерений при сильных ветрах, чем выше перечисленные модели.

Было проведено сравнение инкрементов поверхностных волн, рассчитанных в рамках настоящей модели с известной компиляцией экспериментальных данных [32] (рис. 5). Форма представления данных взята из работы [33]: γ на рис. 5 связана с β из формулы (2.8) выражением: $\beta = (\rho_a/\rho_w)\gamma$. Видно хорошее соответствие расчетов и данных измерений. Таким образом, предложенная нами модель находится в хорошем согласии с экспериментальными данными. Следует заметить, что в работе [34] также развивалась модель ветрового

инкремента, в которой учитывалась турбулентность приводного слоя атмосферы в рамках модели длин смешения. Важный вывод работы заключался в том, что значения инкремента поверхностных волн (особенно коротких волн, фазовая скорость которых составляет несколько единиц скорости трения ветра) чувствительны к выбору модели турбулентного переноса. При этом модель турбулентности, основанная на аппроксимации (2.13) для коэффициента турбулентной вязкости, находится в лучшем согласии с данными измерений [32], чем модели, использованные в [34].

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ОБ ИЗМЕРЕНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ ПРИ УРАГАННЫХ ВЕТРАХ

Было произведено сравнение данных измерений коэффициента аэродинамического сопротивления морской поверхности и расчетов в рамках модели. При сравнении использовались результаты лабораторного эксперимента [11], а также натуральных измерений при ураганных ветрах [10, 35, 36].

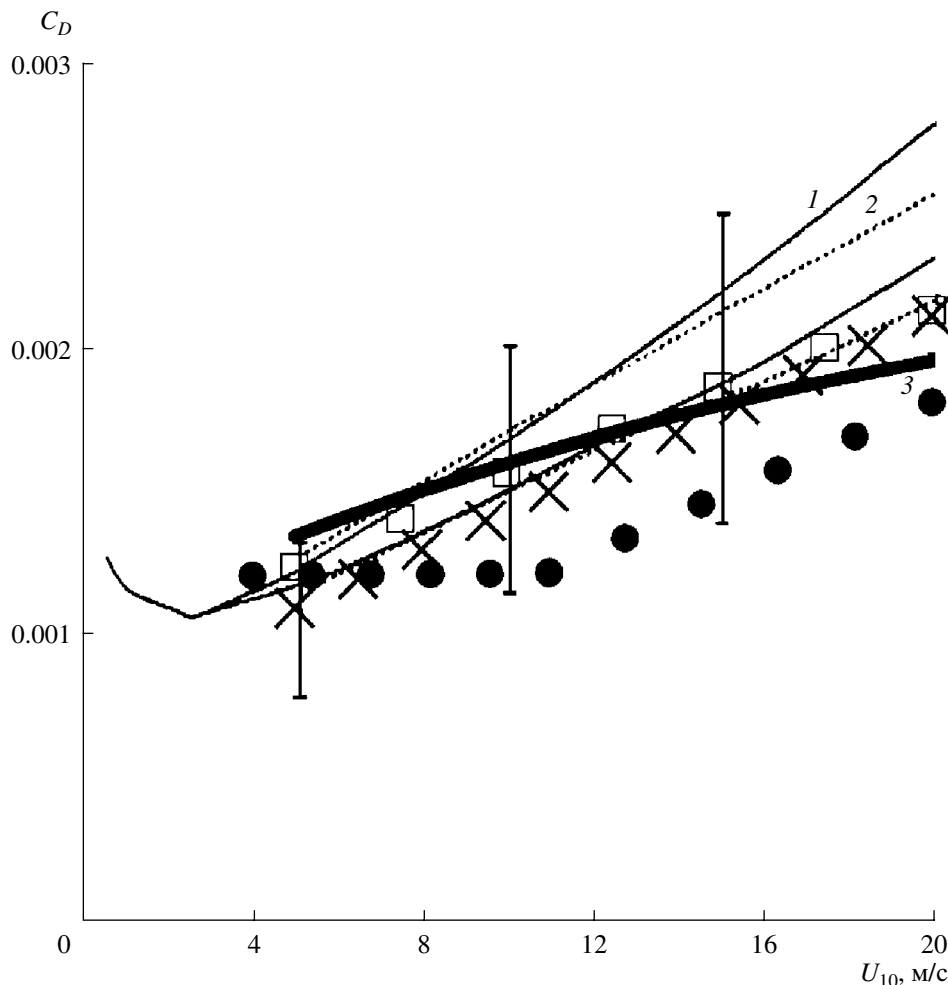


Рис. 3. Зависимости коэффициента сопротивления от U_{10} . 1 и 2 – расчеты по модели [7]. Символы – расчеты по балк-формулам (3.1), 3 – расчет в рамках настоящей модели.

4.1 Сравнение теоретических расчетов и данных лабораторного эксперимента

Предположение о снижении коэффициента аэродинамического сопротивления поверхности моря при ураганных ветрах проверялось в работе [11]. Основным эффектом, который был обнаружен в этих лабораторных экспериментах, – насыщение коэффициента сопротивления при скорости ветра больше 30–35 м/с. Как отмечалось выше, этот эффект качественно объясняется в работе [11] обрушением энергонесущих волн и возникновением специального режима обтекания поверхности воды с отрывом и присоединением пограничного слоя, а также снижением амплитуд коротких волн.

В рамках настоящей модели было рассчитано значение коэффициента сопротивления для параметров ветра, соответствующих условиям эксперимента. К сожалению, в [11] не приводятся данные о форме спектра поверхностных волн, наблюдавшихся в эксперименте. Указано лишь, что при максимальной скорости ветра (приблизительно 50 м/с)

частота пика ветровых волн была 1.4 Гц, а существенная высота волны – 9 см. Заметим, что при этом параметр “возраста волнения” $\Omega = \frac{U_{10}\sqrt{k_p}}{\sqrt{g}} \approx 40\text{--}45$. При расчетах, так же как и в случае натуральных условий, использовался “композитный” спектр

$$S(\mathbf{k}) = k^3 (B_l(k) + B_h(k)) \Phi(\varphi). \quad (4.1)$$

Для длинноволновой части спектра насыщения $B_l(k)$ использовалась формула, которая была предложена в [37] на основе аппроксимации измерений поверхностных волн при скоростях трения ветра до 118 см/с (что соответствует скорости ветра на высоте 10 м примерно 30 м/с):

$$B_l = \frac{0.044}{2} \exp \left\{ -\frac{5}{4} \left(\frac{k}{k_p} \right)^2 (12.6) \exp \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{k} - \sqrt{k_p}}{0.16\sqrt{k_p}} \right)^2 \right\} \right\}. \quad (4.2)$$

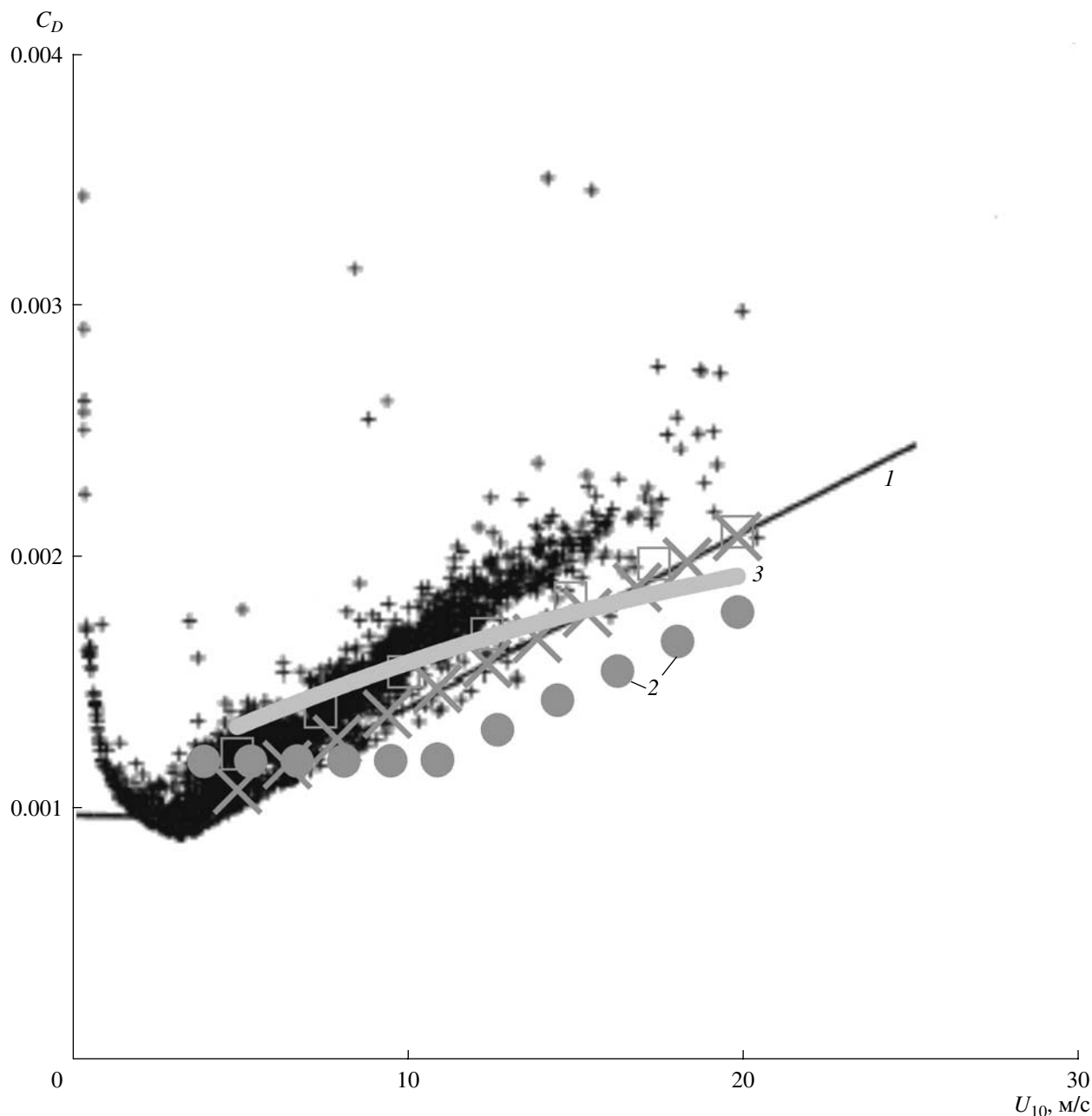


Рис. 4. Зависимости коэффициента сопротивления от U_{10} , 1 и 2 – расчеты по модели [29]. Символы – расчеты по балк-формулам (3.1), 3 – расчет в рамках настоящей модели.

Форма спектра (4.2) совпадает со спектром, предложенным в [26] для натуральных условий, но отличаются численные значения констант. Для аппроксимации коротковолновой части спектра насыщения использовалась формула (2.12).

На рис. 6а показан частотный спектр поверхностных волн, взятый из работы [17] и соответствующий формуле (4.2) и две его аппроксимации: сплошная линия показывает аппроксимацию, предложенную в [17], без слагаемого $B_i(k)$, которое описывает высокочастотную поправку, а пунктирная линия – с

учетом этого слагаемого. Видно, что в области спектрального пика отличия двух кривых незначительны, а в высокочастотной области модифицированный спектр также хорошо аппроксимирует экспериментальные точки. Оценка существенной высоты волн при использовании модельного спектра для параметров лабораторного эксперимента [11] при скорости ветра 40 м/с дает 9.1 см, что хорошо согласуется с измерениями.

Еще одной отличительной особенностью поверхностных волн в лабораторных условиях являет-

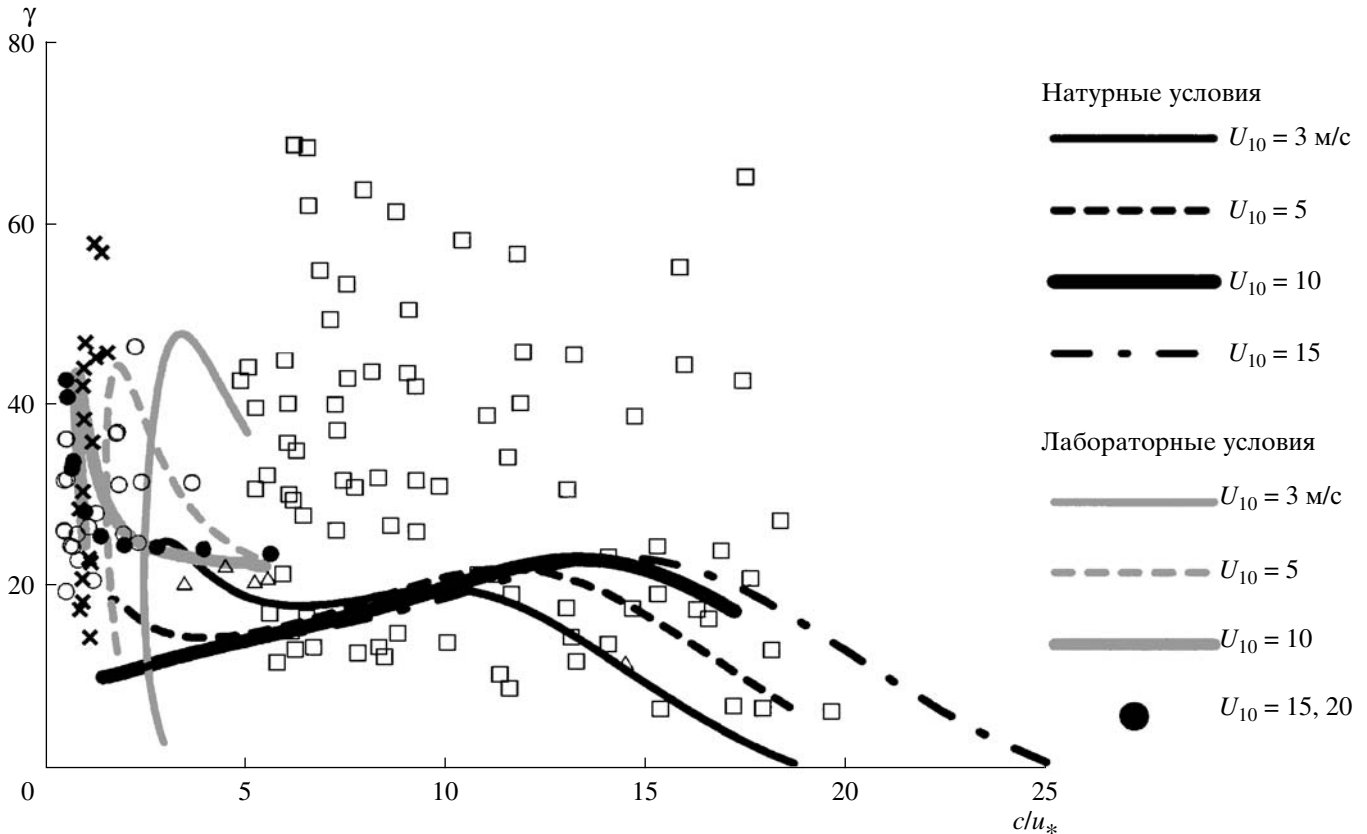


Рис. 5. Коэффициент энергообмена волн и ветра. Символы – компиляция данных [32] с использованием нормировки [33]. Линии – результаты расчетов при различных скоростях ветра.

ся узкий угловой спектр. Угловые спектры, приведенные в [37] для двух разгонов, хорошо аппроксимируются следующими формулами:

$$\Phi(\varphi) = \frac{1024}{231\pi} \cos^{12} \varphi, \quad (4.3)$$

$$\Phi(\varphi) = \frac{256}{109\pi} (1.5 \cos^4 \varphi - 0.5 \cos^8 \varphi). \quad (4.4)$$

Экспериментальные зависимости и аппроксимации углового спектра показаны на рис. 6б.

Сравнение рассчитанных значений аэродинамического сопротивления поверхности воды с данными измерений [11] показаны на рис. 7. Видно, что результаты расчетов находятся в хорошем количественном согласии с данными измерений. Отличия могут быть связаны с неточным заданием спектра поверхностного волнения. Заметна тенденция к замедлению роста (насыщению) коэффициента сопротивления при увеличении скорости ветра.

Эффект насыщения коэффициента сопротивления в рамках квазилинейной модели можно объяснить тем, что при ураганных скоростях ветра турбулентный поток импульса вблизи водной поверхности падает почти до нуля (см. рис. 8), что связано с передачей импульса волновым возмущениям. Это

соответствует значительному подавлению турбулентных пульсаций и снижению коэффициента турбулентного обмена импульсом. В результате происходит “обострение” профиля скорости ветра вблизи поверхности, а значит, и падение аэродинамического сопротивления.

Снижению сопротивления способствует также выглаживание водной поверхности, заключающееся в уменьшении спектральной плотности волн сантиметрового и миллиметрового диапазонов при ураганных ветрах. Это видно из рис. 7, где для сравнения пунктиром показана зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра, рассчитанная для спектра поверхности при $B_n(k) = 0$.

4.2 Сравнение теоретических расчетов и данных натуральных экспериментов

Было произведено сравнение расчетов аэродинамического коэффициента сопротивления с доступными экспериментальными данными измерений при ураганных скоростях ветра. В работе [10] приведены зависимости связанных между собой коэффициента сопротивления, скорости трения ветра

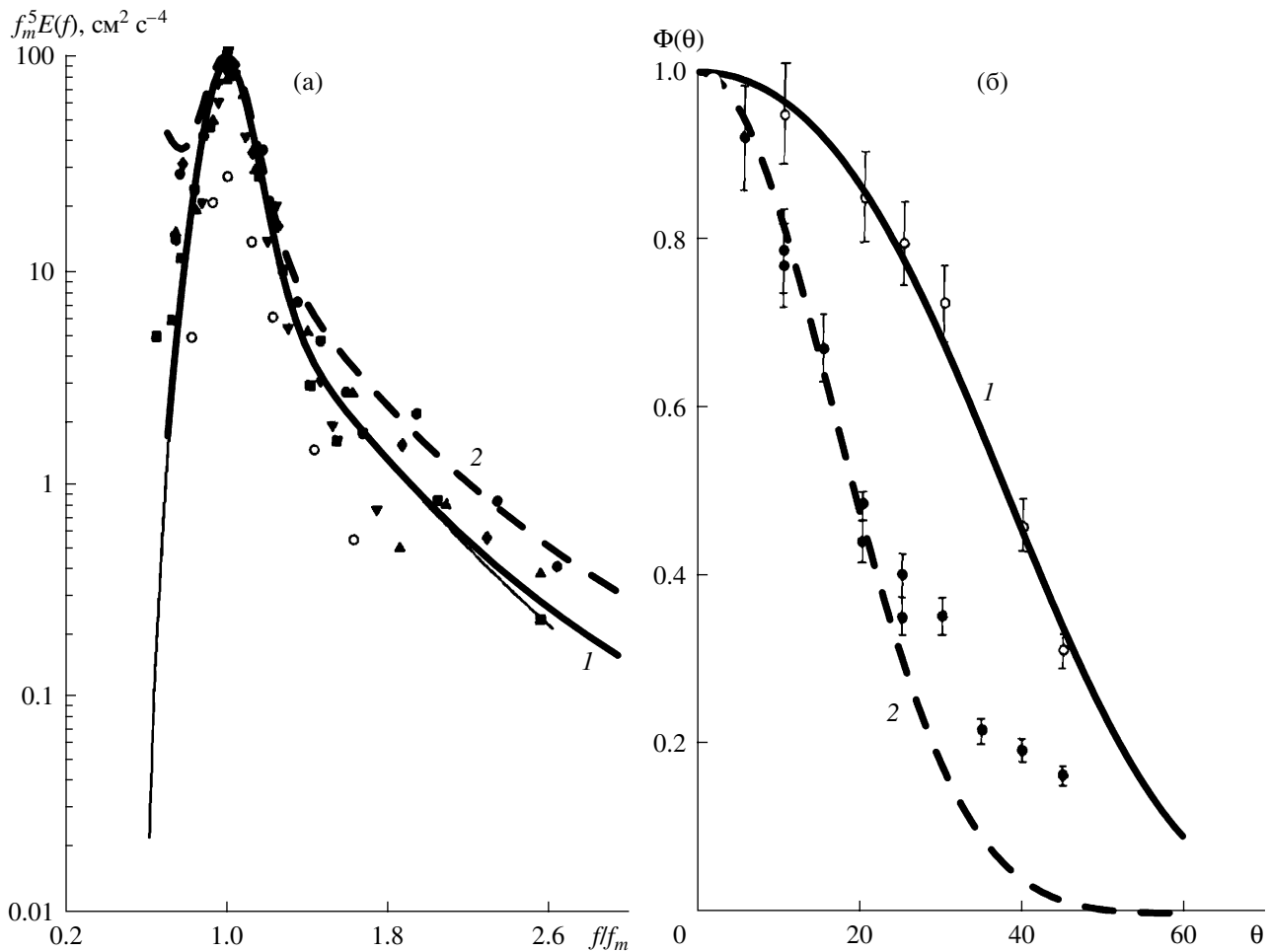


Рис. 6. Спектр поверхностных волн в лабораторных условиях из работы [37] и его аппроксимации: (а) – частотный спектр и его аппроксимации с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения. (б) – угловой спектр и его аппроксимации: (1) формулой (4.3) и (2) формулой (4.4).

и высоты шероховатости, которая связана с коэффициентом сопротивления формулой

$$z_0 = H_{10} e^{\frac{\kappa}{\sqrt{c_D}}}$$

Прежде всего, оказалось, что эти величины существенно меньше, чем предсказывают известные балк-формулы, причем коэффициент сопротивления является убывающей функцией скорости ветра при U_{10} больше 35 м/с. На рис. 9 приведены результаты сравнения расчетов в рамках настоящей модели и экспериментальных данных, приведенных в [10]. Видно, что расчеты находятся в хорошем количественном согласии с данными измерений и дают значительно более низкие значения коэффициента сопротивления, чем это следует из балк-формул.

Следует заметить, что наблюдения показывают значительное снижение спектральных амплитуд коротковолновой части спектра поверхностных волн при ураганных ветрах. На это, в частности, указывают данные измерений рассеяния радиоволн

сантиметрового диапазона, приведенные в [19] и [11]. Выглаженная поверхность, покрытая пеной с малым числом обрушений, видна и на видеофильмах, снятых с борта НИС “Виктор Буйницкий” во время полярного урагана в море Лаптевых со скоростью ветра до 28 м/с (сентябрь–октябрь 2007 г.) [18]. Для изучения влияния коротковолновой части спектра на аэродинамическое сопротивление поверхности были проведены расчеты коэффициента сопротивления без учета коротковолновой добавки к спектру насыщения B_h . Отличия спектров возвышений, крутизны и кривизны, связанные с добавкой B_h , как видно из рис. 10, присутствуют только в коротковолновой части спектра. Расчеты в рамках модели с использованием спектра (2.11) при $B_h = 0$ представлены на рис. 9 пунктирной линией. Видно, что эта зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра хорошо согласуется с экспериментальными данными.

На рис. 11 приведено сравнение данных расчетов со сводными экспериментальными данными для ко-

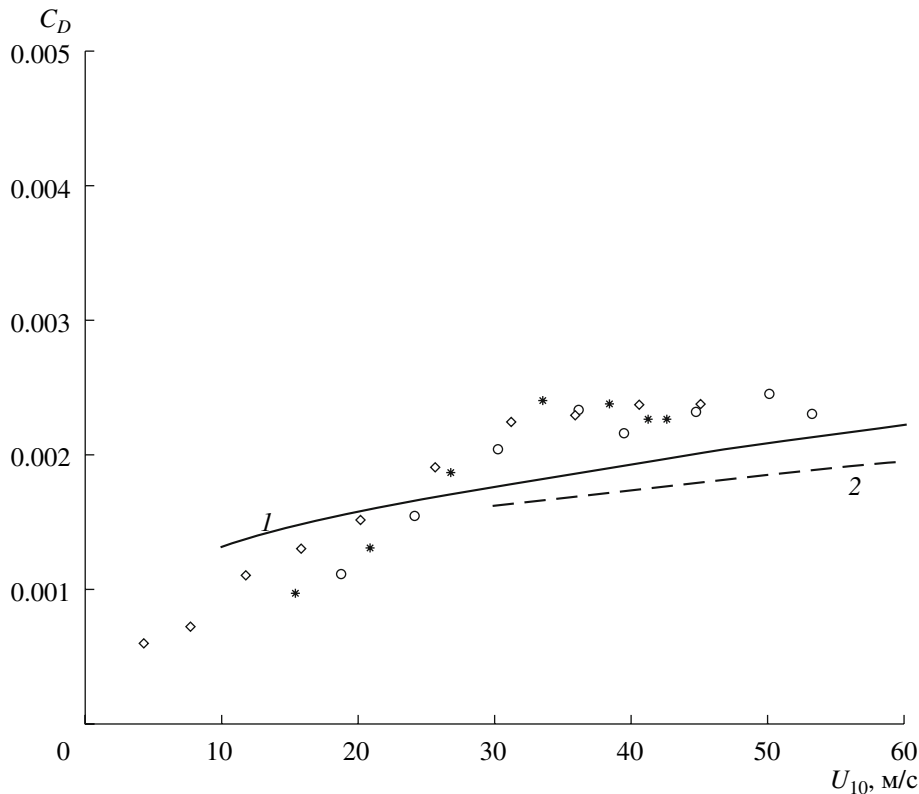


Рис. 7. Зависимости коэффициента сопротивления от скорости ветра из работы [11] и расчет в рамках настоящей модели с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения.

ээффициента сопротивления от скорости ветра, взятыми из работы [35]. Можно видеть, что коэффициент сопротивления, рассчитанный в рамках нашей модели, находится в очень хорошем согласии с экспериментом. Особенно хорошее соответствие имеет место при использовании модели “выглаженного” спектра. Последние данные [36] о турбулентных потоках импульса, полученные с помощью прямых измерений скорости ветра и ее пульсаций с пилотируемого самолета, который пролетал через область урагана и снижался до 70 м над уровнем моря, также хорошо согласуются с расчетами по модели (рис. 12).

5. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ УРАГАННОМ ВЕТРЕ

На основании расчетов в рамках предложенной квазилинейной модели ветрового пограничного слоя над взволнованной поверхностью моря нами предложена простая параметризация коэффициента сопротивления и инкремента поверхностных волн при ураганных ветрах, удобная для использования в моделях прогноза ветра и волн. Рассмотрим физические принципы, которые мы используем при построении такой параметризации.

В современных моделях взаимодействия океана и атмосферы определение аэродинамического сопротивления поверхности моря [7, 8, 29] связано с вычислением потока импульса от ветра к волнам для текущего спектра поверхностных волн, энергонесущая часть которого рассчитывается на основе решения кинетического уравнения. Проведение таких вычислений на каждом временном шаге сильно увеличивает время, необходимое для расчета поля ветра и волнения. Мы предлагаем простую алгебраическую параметризацию коэффициента сопротивления, которая использует величины, характеризующие ветер и текущий спектр поверхностных волн.

Рассмотрим вклады, которые вносят в волновой поток импульса отдельные гармоники. На рис. 13а представлены интегралы от спектральной плотности волнового потока импульса для двух значений скорости ветра: 20 и 60 м/с. Анализ спектров кривизны поверхности для этих двух случаев (рис. 13б) показывает, что волновой поток импульса определяется главным образом коротковолновой частью спектра поверхностных волн при $k > k_0$, где k_0 — верхняя граница энергонесущей части спектра. В этом

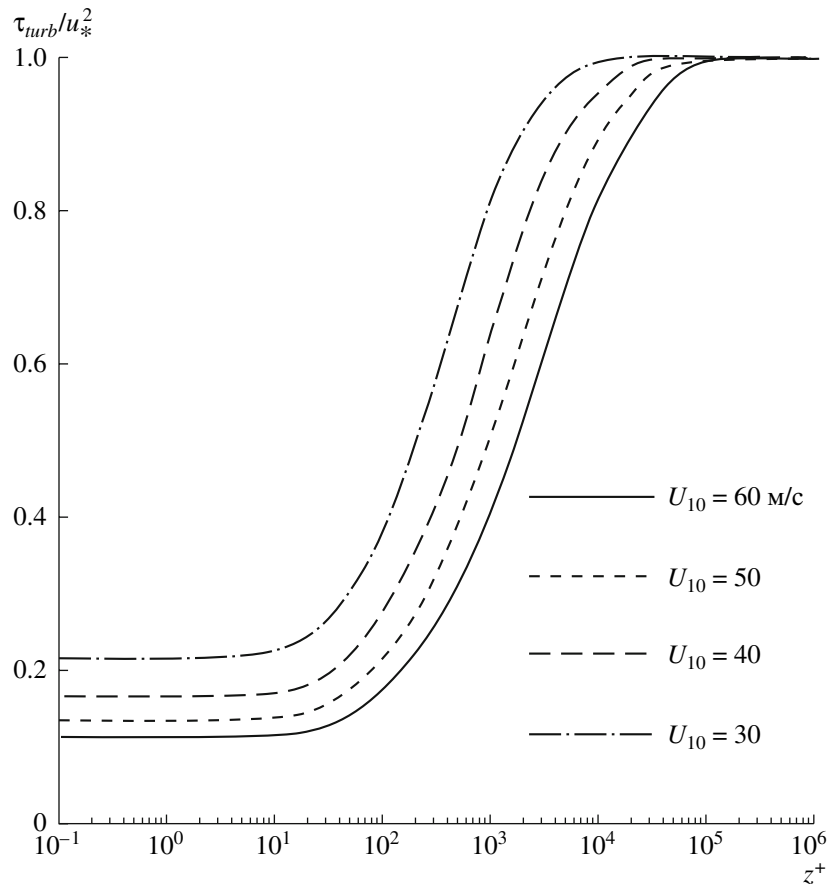


Рис. 8. Нормированный турбулентный поток импульса вблизи поверхности воды при различных скоростях ветра.

спектральном интервале он имеет автомодельную форму, не зависящую от энергонесущей части:

$$S(k) = \frac{1}{2} \frac{\alpha + B_h(k)}{k^3}, \quad (5.1)$$

где $B_h(k)$ задается формулой (2.12). В связи с этим выберем в качестве первого параметра для аппроксимации коэффициента сопротивления величину α .

Другим параметром, который определяет обмен импульсом между ветром и подстилающей поверхностью, а значит, и аэродинамическое сопротивление, является характерный масштаб обмена импульсом между ветром и волнами – толщина волнового пограничного слоя. Этот масштаб можно оценить, используя приближенное уравнение для волновых возмущений в логарифмическом пограничном слое вблизи поверхности раздела вода–воздух, которое следует из системы (2.6) с учетом

выражения для коэффициента вихревой вязкости $\nu = \kappa u_* \eta$ при $\kappa \eta \ll 1$:

$$\left(c - \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{\eta}{z_0} \right) \frac{d^2 \Phi_1}{d\eta^2} + \Phi_1 \frac{u_*}{\eta^2} = \frac{1}{ik} \frac{d^2}{d\eta^2} \left(\kappa u_* \eta \frac{d^2 \Phi_1}{d\eta^2} \right). \quad (5.2)$$

Можно показать, что решение уравнения (5.2) можно представить в виде $\Phi_1(\eta/\delta, z_0/\delta)$, где

$$\delta(k) = \frac{\kappa u_*}{ck} \quad (5.3)$$

– масштаб волнового пограничного слоя. Используем для оценок данные измерений [10], представленные на рис. 9в: $u_* = 200$ см/с, $z_0 = 5$ мм, тогда для $k < 1$ см⁻¹ имеем $z_0/\delta < 10^{-1}$, т.е. $z_0/\delta \ll 1$. С учетом этого будем считать, что вклад гармоники с волновым числом k в поток импульса не зависит от z_0/δ ,

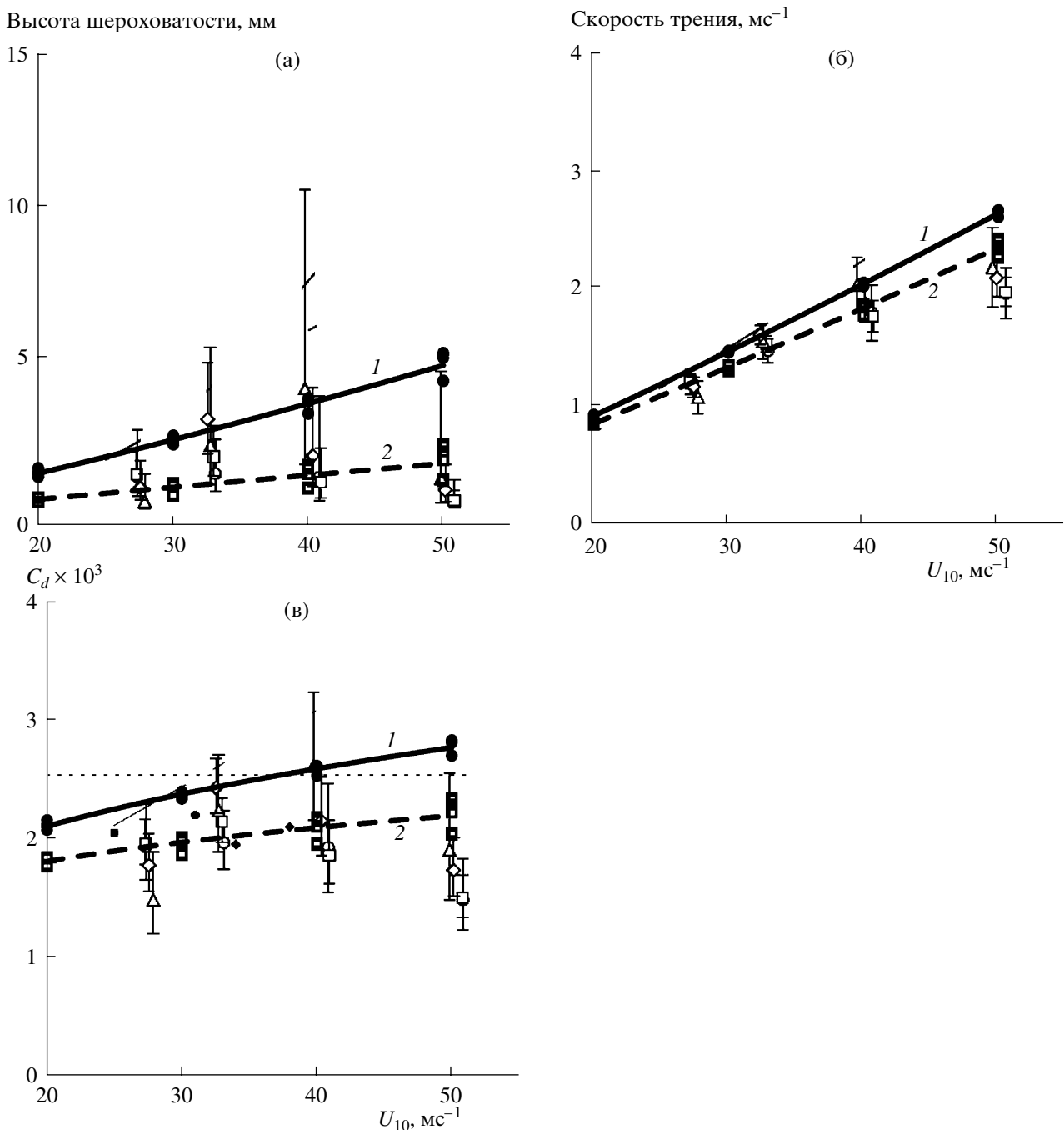


Рис. 9. Зависимость коэффициента сопротивления (а), скорости трения ветра (б) и высоты шероховатости (в) от скорости ветра. Экспериментальные графики взяты из [10], линии – расчет в рамках настоящей модели с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения.

а поток импульса, создаваемый всем спектром волн, есть функция от $\eta/\delta(k_0)$. Заметим, что поскольку в настоящих расчетах выбиралось значение верхней границы энергонесущей части спектра $k_0 = 9k_p$, как в модели WAM [29], то можно выразить $\delta(k_0)$ через параметры пика в спектре поверхностных волн: $\delta(k_0) = 3\kappa U_{10}^2 \sqrt{C_D} (g\Omega)^{-1}$. Вво-

дя второй безразмерный параметр $\delta(k_0)/H_{10}$ и учитывая, что коэффициент сопротивления слабо зависит от скорости ветра, будем использовать при

параметризации безразмерную величину $\frac{mU_{10}^2}{g\Omega H_{10}}$.

Здесь m – число, которое определялось ниже из сравнения с расчетными данными.

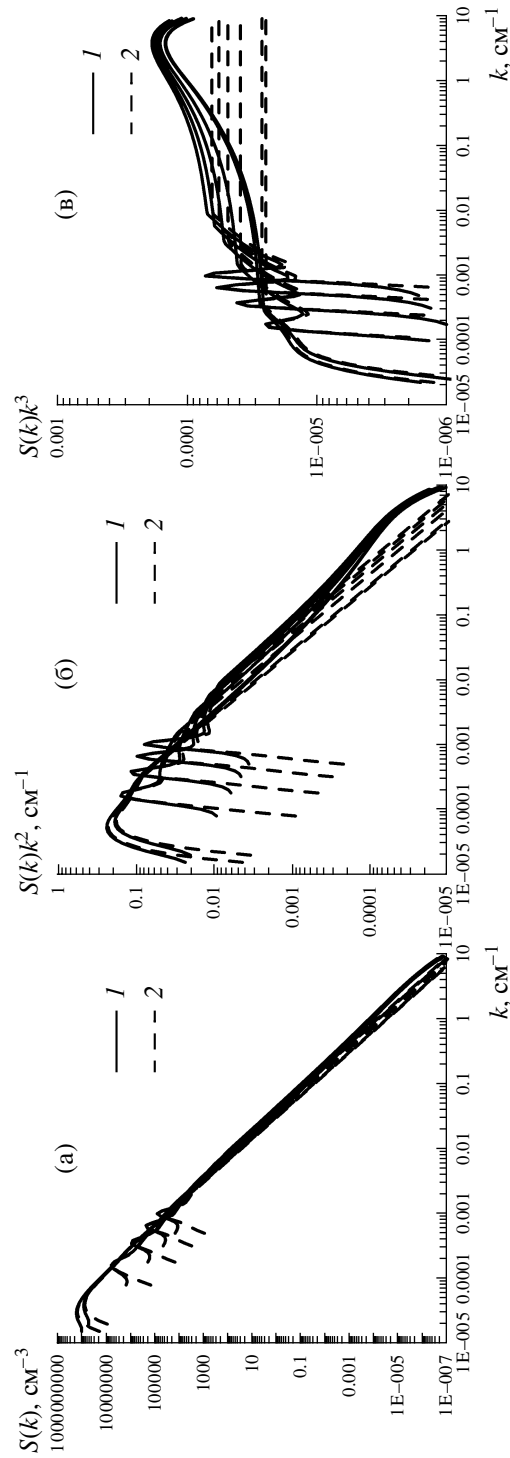


Рис. 10. Спектры возмущений (а), крутизны (б) и кривизны (в) с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения при $U_{10} = 50$ м/с.

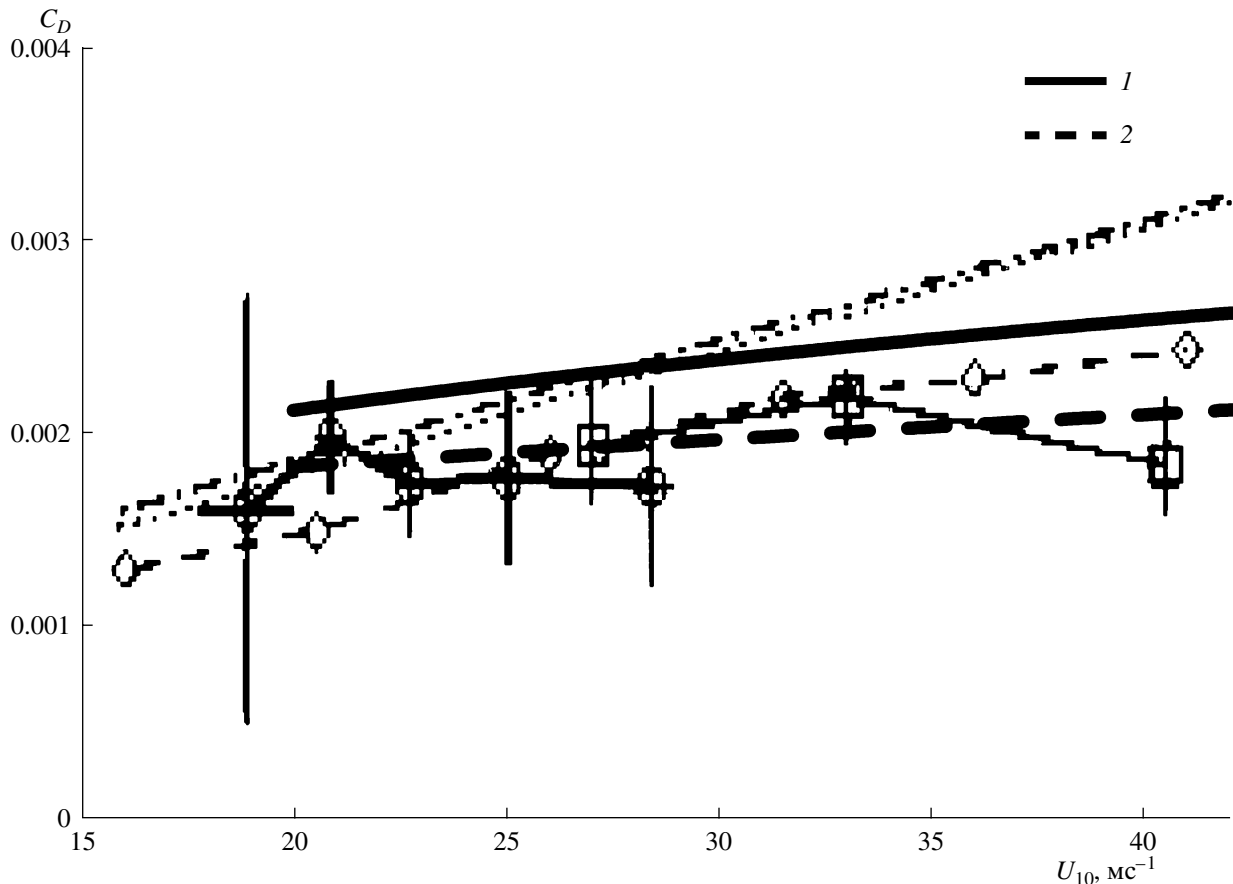


Рис. 11. Зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра. Линии – расчет в рамках настоящей модели с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения. Точки – сводные экспериментальные данные из [35].

Таким образом, мы предположим, что коэффициент сопротивления зависит от двух безразмерных параметров $\frac{mU_{10}^2}{g\Omega H_{10}}$ и α . Анализ данных расчетов показывает, что коэффициент сопротивления может быть представлен в виде функции от одной переменной

$$q = \alpha \ln \left[\frac{mU_{10}^2}{g\Omega H_{10}} \right]. \quad (5.4)$$

При этом при использовании двух разных моделей высокочастотной части спектра следует использовать различные значения m (с учетом высокочастотной поправки [28] $m = 1.1$, а без учета $m = 3$). Зависимости C_D от q представлены на рис. 14а при различных скоростях ветра от 20 до 60 м/с и параметрах возраста волнения от 0.88 до 5. Видно, что точки концентрируются около линий, которые можно аппроксимировать линейными зависимостями. Без учета высокочастотной поправки к спектру справедлива аппроксимация:

$$C_D = 10^{-3} \left(7.8 \alpha \ln \left[\frac{3U_{10}^2}{g\Omega H_{10}} \right] + 1.5 \right), \quad (5.5)$$

а с учетом высокочастотной коррекции [28]:

$$C_D = 10^{-3} \left(12 \alpha \ln \left[\frac{1.1U_{10}^2}{g\Omega H_{10}} \right] + 1.9 \right). \quad (5.6)$$

Для проверки точности параметризации на рис. 14б построены зависимости значений коэффициента сопротивления, рассчитанных в рамках модели, от аппроксимированных формулами (5.5), (5.6). Линейная регрессия этих зависимостей с точностью до 1–2% совпадает с прямой $C_{Dapp} = C_{Dcalc}$, при этом коэффициент корреляции примерно равен 0.98.

Заметим, что полученные формулы удобны для расчета коэффициента сопротивления поверхности моря в численных прогностических моделях, поскольку в них входят рассчитываемые параметры спектра поверхностных волн. Действительно, параметр α определяется значением спектральной плотности возвышения поверхности на верхней границе энергонесущей части спектра: $\alpha = 2S(k_0)k_0^3$, а зная

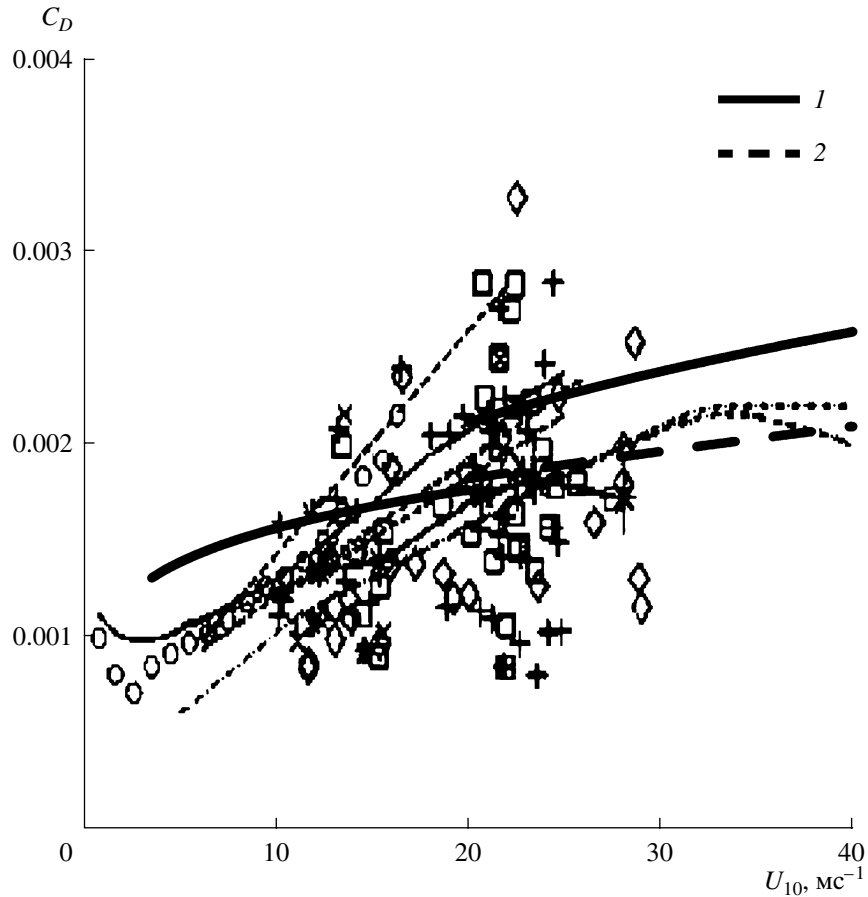


Рис. 12. Зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра. Линии – расчет в рамках настоящей модели с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения. Точки – сводные экспериментальные данные из [36].

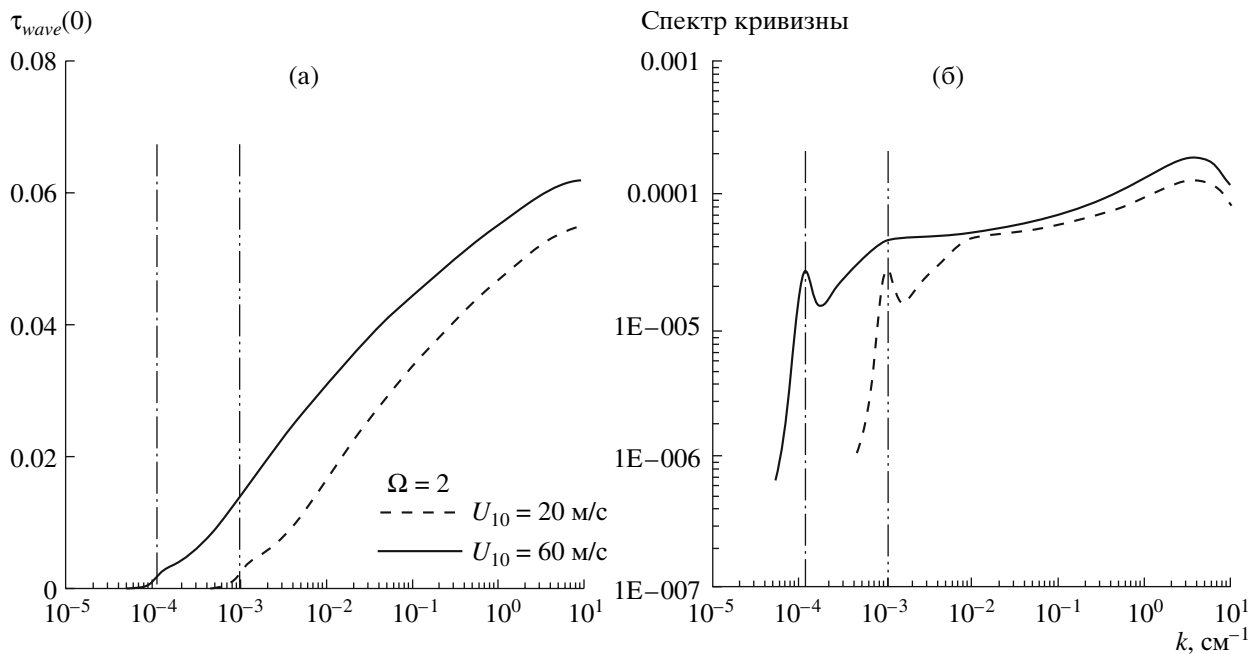


Рис. 13. Интегралы от спектральной плотности волнового потока импульса (а) и спектры кривизны (б) для скоростей ветра 20 м/с и 60 м/с.

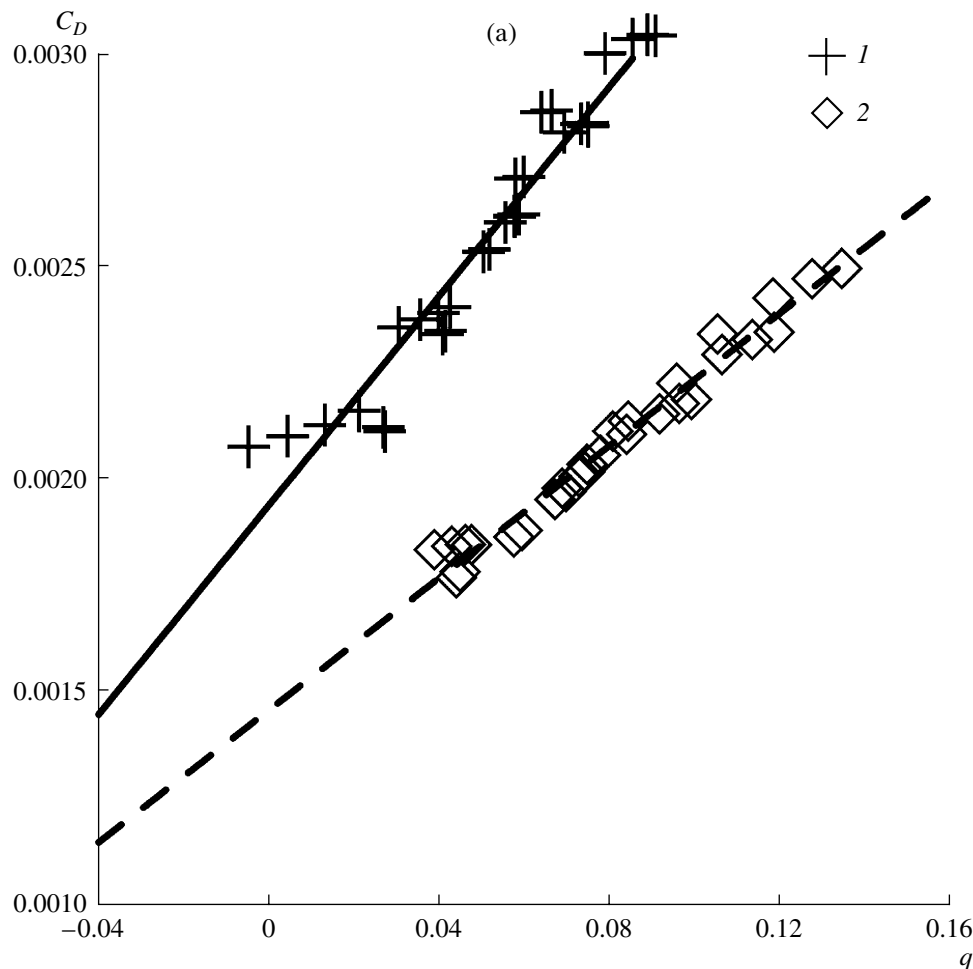


Рис. 14. Параметризация коэффициента аэродинамического сопротивления морской поверхности с учетом (1) и без учета (2) коротковолновой поправки к спектру насыщения: а – зависимости C_D от параметра q , задаваемого формулой (5.4) для различных скоростей ветра (20–60 м/с) и параметров возраста волнения (0.88–5); б – зависимости рассчитанных в рамках модели значений C_D от аппроксимированных формулами (5.5), (5.6).

волновое число, соответствующее пику волнения, легко найти параметр возраста волнения:

$$\Omega = \frac{U_{10}}{c_p} = \sqrt{\frac{U_{10}^2 k_p}{g}}$$

6. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ИНКРЕМЕНТА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ПРИ УРАГАННОМ ВЕТРЕ

Для определения инкремента ветровых волн большинство известных моделей ветра и волнения используют формулу, предложенную Плантом [32] на основе аппроксимации экспериментальных данных. В соответствии с этой моделью параметр β , входящий в формулу (2.8), – постоянная величина,

характеризующаяся значительным разбросом: $\beta = 0.04 \pm 0.02$.

Другой широко распространенный вариант параметризации β связан с аппроксимацией майлсовского инкремента, которая была предложена в работе [6]. В этом случае β рассматривается как функция безразмерной высоты критического слоя

$$\mu = kz_c = kz_0 e^{\frac{kc}{u_* \cos \varphi}},$$

где z_c – высота критического уровня, где $U(z_c) = c$, φ – угол между направлениями ветра и волнового вектора данной гармонической волны. Как показано в [6], формула

$$\beta = \frac{1.2}{\kappa^2} \mu \ln^4 \mu$$

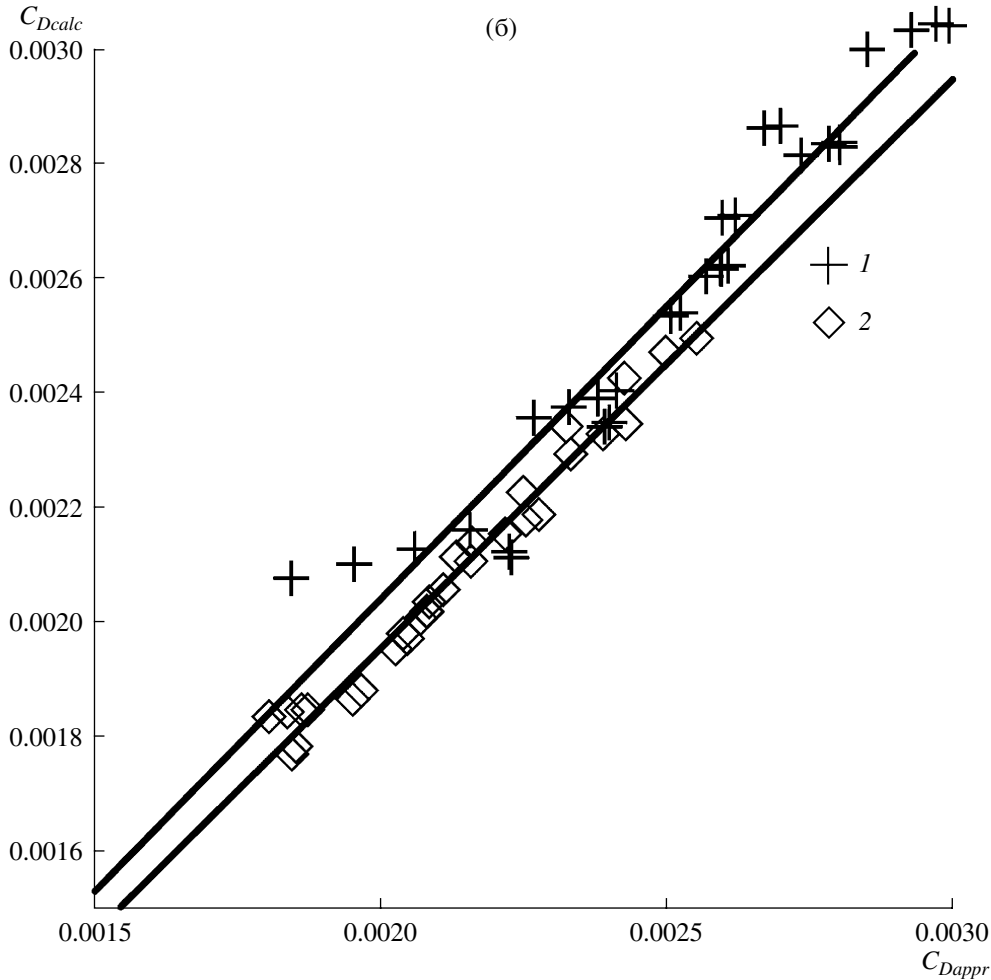


Рис. 14. Окончание.

хорошо согласуется с экспериментальными данными при умеренных и сильных ветрах. При этом инкремент равен

$$\text{Im} \omega = \frac{1}{2} \omega \frac{u_*^2}{c^2} \cos^2 \varphi \beta.$$

При ураганных ветрах не проводилось измерений инкрементов волн, но предлагаемая в настоящей работе квазилинейная модель ветрового пограничного слоя над взволнованной водной поверхностью позволяет вычислять инкремент поверхностных волн с использованием формул (2.7), (2.8). Входящий в формулу (2.8) коэффициент энергообмена β гармонической волны с волновым числом k и ветра, вообще говоря, зависит от угла распространения волны по отношению к ветру φ и ряда безразмерных параметров: kz_0 , u_*/c , возраста волнения Ω , коэффициента сопротивления и т.п.

Зависимость β от $\cos \varphi$ хорошо аппроксимируется линейной зависимостью (см. рис. 15)

$$\beta = \beta_0(1.15 \cos \varphi - 0.15).$$

При этом зависимости $\beta_0(k)$ или $\beta_0(c/u_*)$ характеризуются значительным разбросом (см. рис. 16). Однако можно предложить параметризацию, которая с достаточной для практических задач точностью позволяет представить β_0 как функцию одной переменной.

Для этого рассмотрим два механизма энергообмена ветра и волн. Первый из них – это механизм Майлса [31, 38], в котором усиление волн связано с резонансным энергообменом волны с потоком в критическом слое. Характерный масштаб этого процесса – высота критического слоя:

$$z_c = z_0 \exp\left(\frac{\kappa c}{u_*}\right).$$

Во втором механизме нарастание волн обусловлено работой сил вязкости в среде, движущейся со скоростью большей скорости волны [39, 40]. Именно

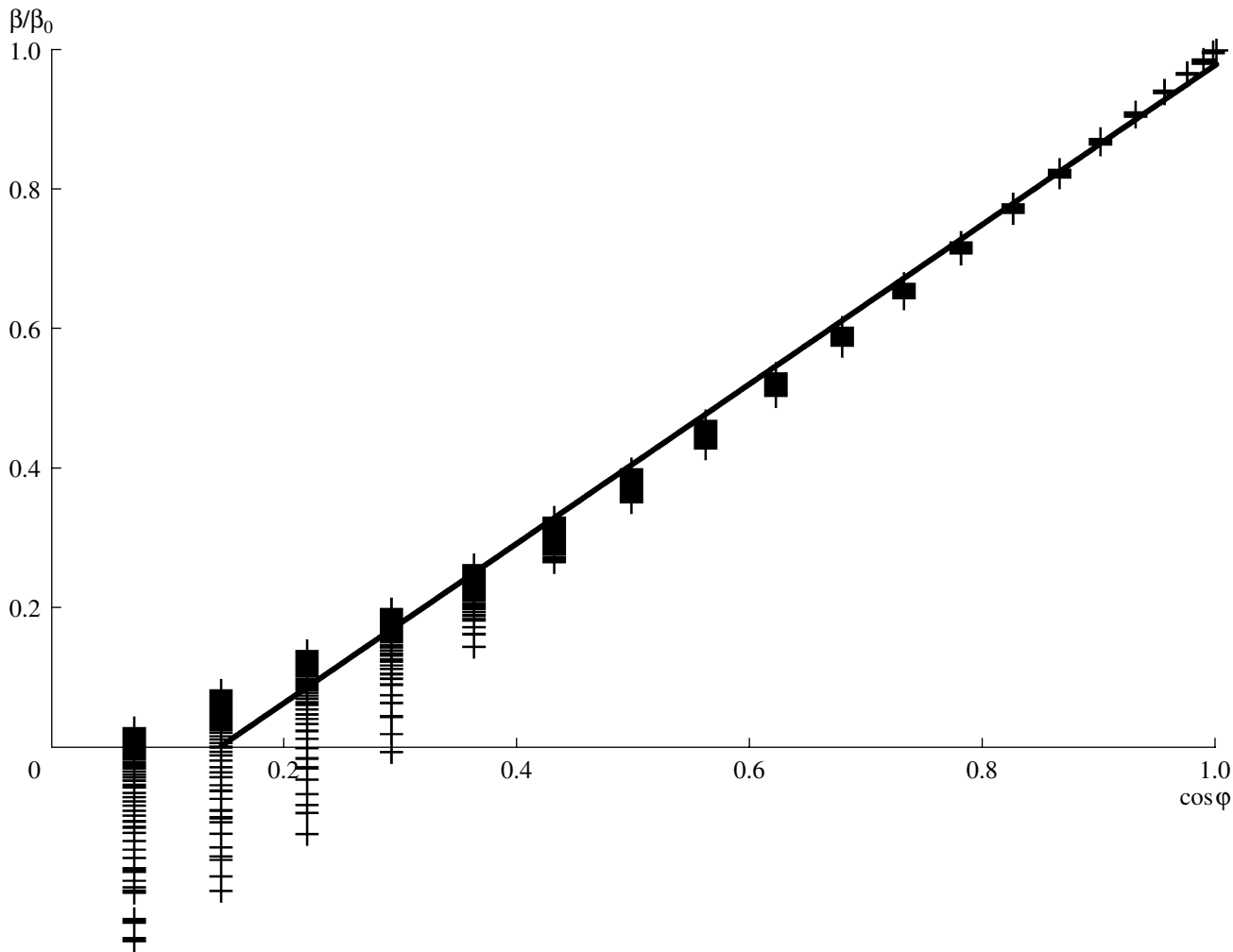


Рис. 15. Зависимость спектра поверхностных волн от угла между ветром и волнами.

этот механизм развивается в цикле работ Белчера с соавторами [33, 41, 42] и называется “безотрывным экранированием”. Масштаб такого механизма – толщина волнового пограничного слоя, определяемая формулой (5.3).

Представим β_0 как функцию переменной μ , равной отношению масштабов, определяющих два механизма взаимодействия волн с потоком:

$$\mu = \frac{z_c}{\delta} = kz_0 \frac{c}{\kappa u_*} \exp\left(\frac{c\kappa}{u_*}\right). \quad (6.1)$$

Принимая во внимание определение коэффициента сопротивления C_D , можно выразить μ через U_{10} :

$$\mu = kH_{10} \frac{c(k)}{\kappa U_{10} \sqrt{C_D}} \exp\left[\frac{\kappa}{\sqrt{C_D}} \left(\frac{c(k)}{U_{10}} - 1\right)\right]. \quad (6.2)$$

На рис.17 (а, б) показаны зависимости $\beta_0(\mu)$ при различных скоростях ветра и значениях параметра возраста волнения. Видно, что точки концентрируются около одной кривой. Для ее аппроксимации можно

предложить следующую параметрическую функцию $\beta_0(\mu)$, справедливую при $U_{10} = 20-60$ м/с и $\Omega = 0.88-5$.

$$\beta_0 = 1.25 \left(0.023 e^{-\frac{1}{t^2}} 1.9^{\exp[-1.1(\sqrt{\frac{t}{0.9}-1.2})^2]} \right) \times \\ \times [1 - 0.06 \ln(t) - 0.001 \ln^2(t)] - 0.0055, \\ \mu = \exp\left[\frac{1}{2} \ln(t) + \frac{9.5}{\sqrt{t}} - 6.5\right],$$

где t – параметр, принимающий значения в интервале 0.4–10000. Функция $\beta_0(\mu)$ хорошо аппроксимирует расчеты ветрового инкремента, полученные как с учетом высокочастотной коррекции [28], так и без ее учета (ср. рис. 17а и 17б).

Очевидно, что β зависит от параметров ветра и волн: скорости ветра U_{10} и возраста волнения Ω . Данная зависимость связана с зависимостью от этих параметров переменной μ (см. (6.1) и (6.2)). Величи-

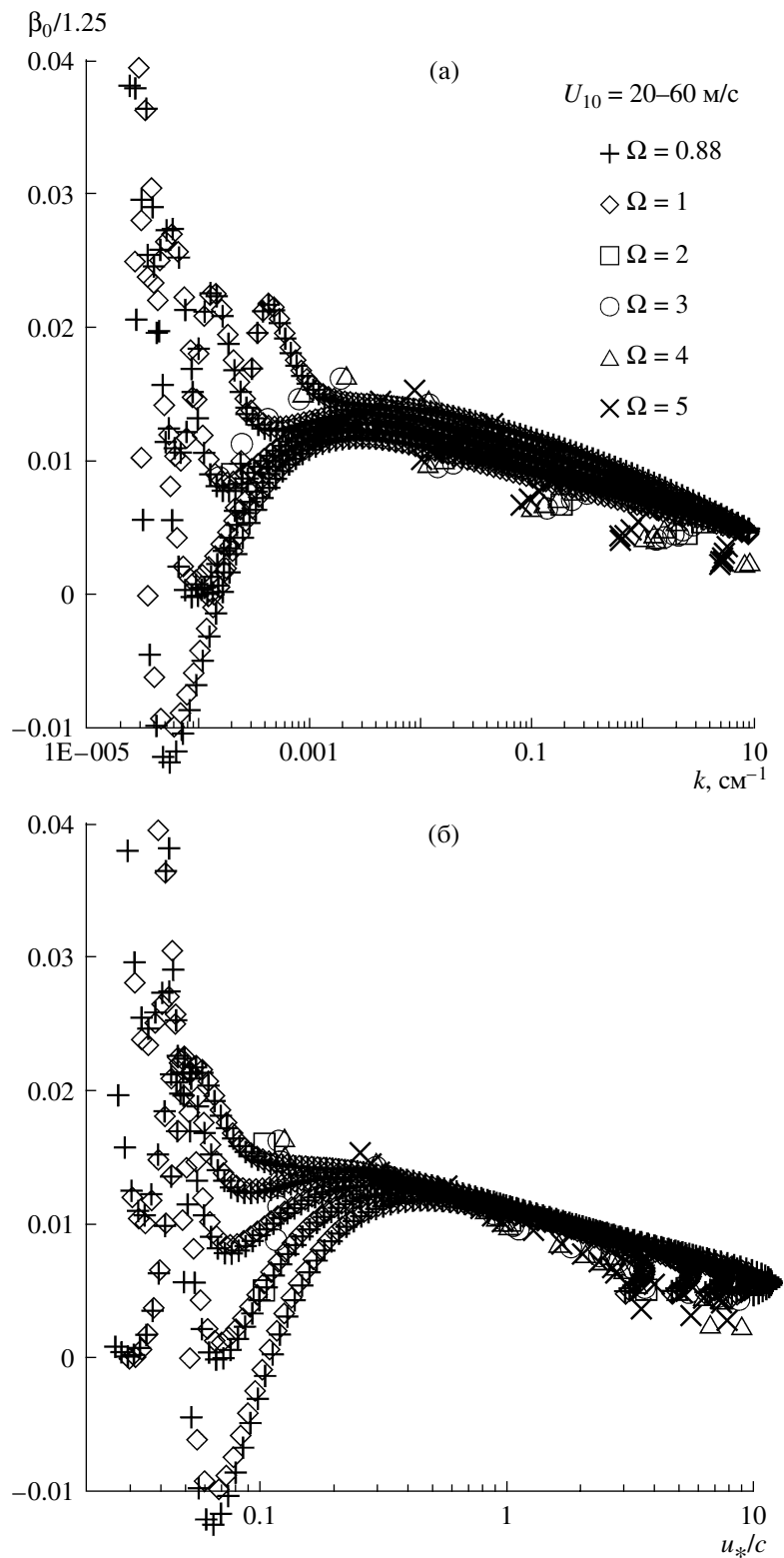


Рис. 16. Зависимости коэффициента энергообмена ветра и волн β (см. формулу (2.8)) от волнового числа (а) и u_*c (б) при различных скоростях ветра и возрастах волнения.

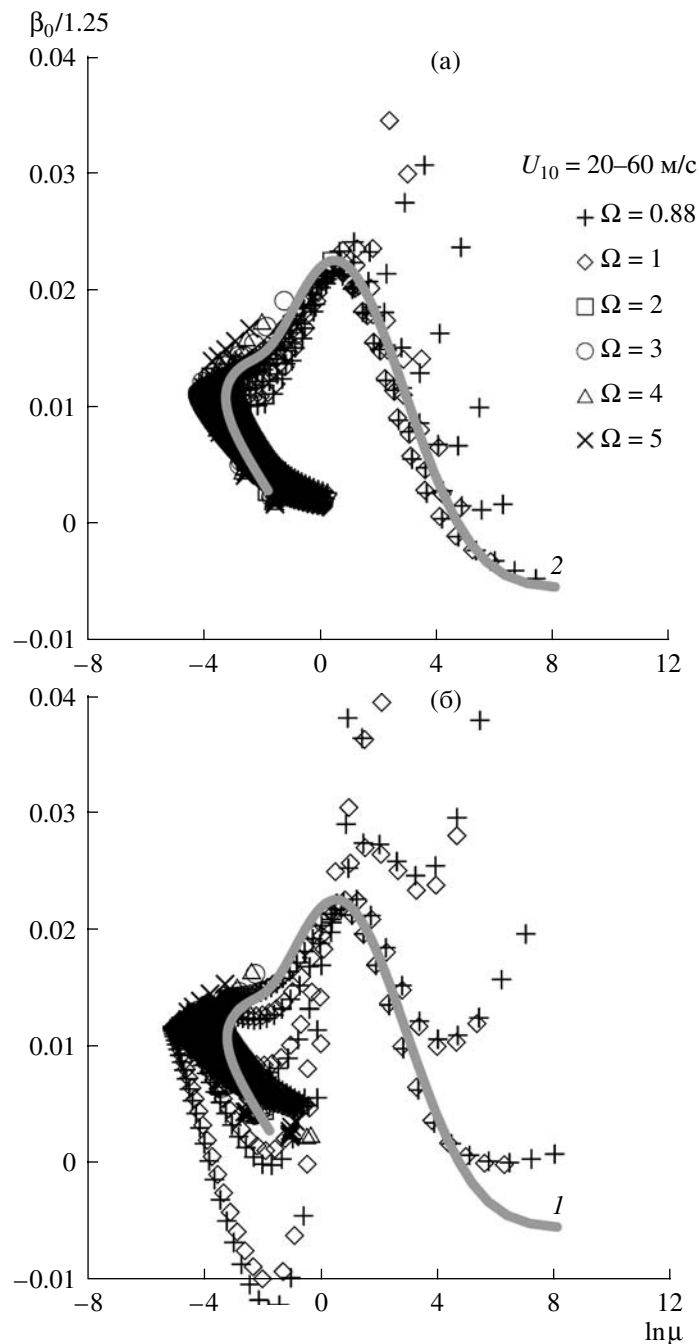


Рис. 17. Параметризация коэффициента β при скоростях ветра от 20 до 60 м/с с учетом (а) и без учета (б) коротковолновой поправки к спектру насыщения, l – зависимость (6.3).

ны U_{10} и Ω входят в (6.1)–(6.2) либо непосредственно, либо через зависимость μ от C_D , которая определяется формулами (5.5) или (5.6).

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью настоящей работы является объяснение явления снижения коэффициента аэродинамического сопротивления морской по-

верхности при ураганных ветрах, которое регулярно наблюдается как в лабораторных условиях, так и в последних натуральных исследованиях ураганов и полярных мезоциклонов. Снижение коэффициента сопротивления при ураганных ветрах является необходимым условием для возникновения экстремально высоких значений скорости ветра (50–60 м/с), которые наблюдаются в природе.

Существующие в настоящее время немногочисленные полумпирические модели взаимодействия ураганного ветра с морской поверхностью предполагают, что главной причиной снижения коэффициента сопротивления является подавление турбулентных флуктуаций в приводном слое атмосферы за счет присутствия брызг, при этом количественные оценки этого эффекта отличаются у разных авторов.

В настоящей работе показано, что низкие значения коэффициента сопротивления поверхности моря получаются и без учета брызг за счет влияния на ветер волнами на поверхности воды. Генерация волн ветром вызывает передачу импульса от ветра к волнам, в результате турбулентное напряжение вблизи поверхности сильно снижается. Это приводит к уменьшению коэффициента турбулентного обмена (вихревой вязкости) вблизи поверхности и деформации профиля скорости ветра, сопровождающейся его обострением вблизи поверхности, что эквивалентно снижению коэффициента сопротивления.

Для количественного расчета этого эффекта была использована квазилинейная модель ветрового пограничного слоя над взволнованной водной поверхностью. При реалистичных моделях спектра ветровых волн получено хорошее количественное согласие этих расчетов с данными как натуральных, так и лабораторных экспериментов. На основе расчетов предложены параметризации коэффициента сопротивления и инкремента поверхностных волн, пригодные для использования в численных моделях оперативного прогноза ветра и волнения.

Авторы выражают благодарность академику Г.С. Голицыну за полезные обсуждения и доктору И.А. Репиной за любезно предоставленные материалы натуральных наблюдений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 07-05-00565, 07-05-12011), а также проекта THORPEX.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ganatt J.R.* Review of Drag Coefficients over Oceans and Continents // *Mon. Weather Rev.* 1977. V. 105. P. 915–929.
2. *Large W.G., Pond S.* Open ocean momentum flux measurements in moderate to strong winds // *J. Phys. Oceanogr.* 1981. V. 11. P. 324–336.
3. *Taylor P.K., Yelland M.J.* The dependence of sea surface roughness on the height and steepness of the waves // *J. Phys. Oceanogr.* 2001. V. 31. № 2. P. 572–590.
4. *Fairall C.W., Bradley E.F., Hare J.E. et al.* Bulk parameterization of air–sea fluxes: updates and verification for the COARE algorithm // *J. Climate.* 2003. V. 16. № 4. P. 571–591.
5. *Janssen P.A.E.M.* Wave-induced stress and the drag of air flow over sea waves // *J. Phys. Oceanogr.* 1989. V. 19. № 6. P. 745–754.
6. *Janssen P.A.E.M.* Quasi-linear theory of wind wave generation applied to wave forecasting // *J. Phys. Oceanogr.* 1991. V. 21. № 11. P. 1631–1642.
7. *Makin V.K., Kudryavtsev V.N. and Mastenbroek C.* Drag of the sea surface // *Boundary-Layer Meteorol.* 1995. V. 73. P. 159–182.
8. *Hara T., Belcher S.E.* Wind profile and drag coefficient over mature ocean surface wave spectra // *J. Phys. Oceanogr.* 2004. V. 34. № 11. P. 2345–2358.
9. *Emanuel K.A.* Sensitivity of tropical cyclones to surface exchange coefficients and a revised steady-state model incorporating eye dynamics // *J. Atmos. Sci.* 1995. V. 52. № 22. P. 3969–3976.
10. *Powell M.D., Vickery P.J., Reinhold T.A.* Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones // *Nature.* 2003. V. 422. P. 279–283.
11. *Donelan M.A., Haus B.K., Reul N. et al.* On the limiting aerodynamic roughness of the ocean in very strong winds // *Geophys. Res. Lett.* 2004. V. 31. L18306.
12. *Reul N., Branger H., Giovanangeli G.P.* Air flow separation over unsteady breaking waves // *Phys. Fluids.* 1999. V. 11. № 7. P. 1959–1961.
13. *Kudryavtsev V. and Makin V.* Aerodynamic roughness of the sea surface at high winds. *Boundary-Layer Meteorol.* 2007. V. 125. P. 289–303.
14. *Andreas E.L.* Spray stress revised // *J. Phys. Oceanogr.* 2004. V. 34. № 6. P. 1429–1440.
15. *Makin V.K.* A note on drag of the sea surface at hurricane winds // *Boundary-Layer Meteorol.* 2005. V. 115. № 1. P. 169–176.
16. *Kudryavtsev V.N.* On the effect of sea drops on the atmospheric boundary layer // *J. Geophys. Res.* 2006. V. 111. C07020.
17. *Barenblat G.I., Golitsyn G.S.* Local structure of mature dust storms // *J. Atmos. Sci.* 1974. V. 3. № 7. P. 1917–1933.
18. *Penina I.A.* О наблюдении потоков импульса и тепла в штормовых условиях в море Лаптевых в сентябре–октябре 2007 года с борта НИС “Виктор Буйницкий” во время рейса по проекту “NABOS” (частное сообщение).
19. *Donnelly W.J., Carswell J.R., McIntosh R.E.* Revised ocean backscatter model at C and Ku band under high-wind conditions // *J. Geophys. Res.* 1999. V. 104. № C5. P. 11485–11497.
20. *Реутов В.П., Троицкая Ю.И.* Нелинейный инкремент ветровых волн на воде и их возбуждение вблизи порога устойчивости // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1995. Т. 38. № 3–4. С. 206–210.
21. *Jenkins A.D.* Quasi-linear eddy-viscosity model for the flux of energy and momentum to wind waves using conservation-law equations in a curvilinear coordinate system // *J. Phys. Oceanogr.* 1992. V. 22. № 8. P. 843–858.
22. *Jenkins A.D.* Simplified quasi-linear model for wave generation and air–sea momentum flux // *J. Phys. Oceanogr.* 1993. V. 23. № 9. P. 2001–2018.
23. *Plant W.J., Keller W.C., Hesany V. et al.* Bound waves and Bragg scattering in a wind wavetank // *J. Geophys. Res.* 1999. V. 104. № C2. P. 3243–3263.

24. *Plant W.J.* A new interpretation of sea-surface slope probability density functions // *J. Geophys. Res.* 2003. V. 108. № C9. P. 3295.
25. *Forsythe G.E. and Moler C.B.* Computer solution of the linear algebraic systems. N.J.: Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs., 1967. 148 p.
26. *Donelan M., Hamilton J., Hui W.H.* Directional spectra of wind generated waves // *Philos. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1985. V. 315. P. 509–562.
27. *Phillips O.M.* The equilibrium range in the spectrum of wind generated water waves // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 4. P. 426–434.
28. *Elfouhaily T.B., Chapron B., Katsaros K., Vandemark D.* A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 107. № 14. P. 15781–15796.
29. *Komen G.J., Cavaleri L., Donelan M. et al.* Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. 540 p.
30. *Смольяков А.В.* Спектр квадрупольного излучения плоского турбулентного пограничного слоя // *Акуст. журн.* 1973. Т. 19. № 3. С. 420–425.
31. *Miles J.W.* On the generation of surface waves by shear flows // *J. Fluid Mech.* 1957. V. 3. P. 185–204.
32. *Plant W.J.* A relationship between wind stress and wave slope // *J. Geophys. Res.* 1982. V. 87. P. 1961–1967.
33. *Belcher S.E., Harris J.A., Street R.L.* Linear dynamics of wind waves in coupled turbulent air-water flow. Pt 1. Theory // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 271. P. 119–151.
34. *Duin C.A., Janssen P.A.E.M.* An analytic model of the generation of surface gravity waves by turbulent air flow // *J. Fluid Mech.* 1992. V. 236. P. 197–215.
35. *French J.R., Drennan W.M., Zhang J.A., Black P.G.* Turbulent fluxes in the hurricane boundary layer. Pt I: Momentum flux // *J. Atmos. Sci.* 2007. V. 64. № 4. P. 1089–1102.
36. *Black P.G., D'Asaro E.A., Drennan W.M. et al.* Air–Sea Exchange in Hurricanes: Synthesis of Observations from the Coupled Boundary Layer Air–Sea Transfer experiment // *Bull. Amer. Meteorolog. Soc.* 2007. V. 88. № 3. P. 357–374.
37. *Plant W.J.* On the Steady-State Energy Balance of Short Gravity Wave Systems // *J. Phys. Oceanogr.* 1980. V. 10. № 9. P. 1340–1352.
38. *Miles J.W.* On the generation of surface waves by shear flows. Pt 2. // *J. Fluid Mech.* 1959. V. 6. P. 568–582.
39. *Тимофеев А.В.* Резонансные явления в колебаниях плазмы. М.: Физматлит, 2000. 224 с.
40. *Троицкая Ю.И.* Нелинейное резонансное взаимодействие волн с потоками в океане // *Материалы Всероссийской школы “Нелинейные волны”.* М.: Наука, 2005. С. 50–67.
41. *Belcher S.E., Hunt J.C.R.* Turbulent shear flow over slowly moving waves // *J. Fluid Mech.* 1993. V. 251. P. 109–148.
42. *Harris J.A., Belcher S.E., Street R.L.* Linear dynamics of wind waves in coupled turbulent air-water flow. Part 2. Numerical model, Theory // *J. Fluid Mech.* 1996. V. 308. P. 219–254.

Quasi-Linear Model of Interaction of Surface Waves with Strong and Hurricane Winds

Yu. I. Troitskaya and G. V. Rybushkina

*Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia
e-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru; ryb@appl.sci-nnov.ru*

Abstract—A quasi-linear model for determining the aerodynamic drag coefficient of the sea surface and the growth rate of surface waves under a hurricane wind is proposed. The model explains the reduction (stabilization) in the drag coefficient during hurricane winds. This model is based on the solution of the Reynolds equations in curvilinear coordinates with the use of the approximation of the eddy viscosity, which takes into account the presence of the viscous sublayer. The profile of the mean wind velocity is found with consideration for nonlinear wave stresses (wave momentum flux), whereas wave disturbances induced in air by waves on the water surface are determined in the context of linear equations. The model is verified by comparing the calculation results with experimental data for a wide range of wind velocities. The growth rate and drag coefficient for hurricane winds are calculated both with and without consideration for the shortwave portion of the wind-wave spectrum. On the basis of calculations with the quasi-linear model, a simple parametrization is proposed for the drag coefficient and the growth rate of surface waves during hurricane winds. This model is convenient for use in models of forecasting winds and waves.